数学Ⅱ・数学B

問　題	選　択　方　法
第 1 問	必　　答
第 2 問	必　　答
第 3 問	いずれか 2 問を選択し，解答しなさい。
第 4 問	
第 5 問	

 （注）この科目には，選択問題があります。(25ページ参照。)

第1問 （必答問題）（配点 30）

〔1〕

(1) $x > 0$ とする。$\log_3 x$ を，2 を底とする対数を用いて表そう。

$t = \log_3 x$ とおくと，$\boxed{ア}$ が成り立つ。これにより，$\log_2 x = \boxed{イ}$ となるので，$t = \boxed{ウ}$ が得られる。すなわち，$\log_3 x = \boxed{ウ}$ である。

$\boxed{ア}$ の解答群

⓪ $3 = t^x$	① $3 = x^t$	② $x = 3^t$
③ $x = t^3$	④ $t = 3^x$	⑤ $t = x^3$

$\boxed{イ}$ の解答群

⓪ $2\log_3 t$	① $3\log_2 t$	② $t\log_2 3$
③ $t\log_3 2$	④ $\dfrac{\log_2 3}{t}$	⑤ $\dfrac{\log_3 2}{t}$

$\boxed{ウ}$ の解答群

⓪ $3\log_2 x$	① $x\log_2 3$	② $\log_2 \dfrac{3}{x}$
③ $\log_2 \dfrac{x}{3}$	④ $\dfrac{\log_2 x}{\log_2 3}$	⑤ $\dfrac{\log_2 3}{\log_2 x}$

（数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。）

⑵　底が異なる二つの対数について，それらの和と積の大小関係を考えよう。

(i)　$x > 0$ とし

$$f(x) = \log_2 x + \log_3 x$$

$$g(x) = (\log_2 x)\cdot(\log_3 x)$$

とおく。不等式

$$f(x) > g(x) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を満たす x の値の範囲を調べる。

$f(x)$ と $g(x)$ を，それぞれ 2 を底とする対数を用いて表すと

$$f(x) = A\log_2 x, \quad g(x) = B(\log_2 x)^2$$

となる。ここで

$$A = \boxed{\text{エ}}, \quad B = \boxed{\text{オ}}$$

である。$X = \log_2 x$ とおくと，X のとり得る値の範囲は実数全体である。

X についての不等式 $AX > BX^2$ を満たす X の値の範囲は

$$\boxed{\text{カ}} < X < \boxed{\text{キ}}$$

である。

よって，① を満たす x の値の範囲は

$$\boxed{\text{ク}} < x < \boxed{\text{ケ}}$$

である。

$\boxed{\text{エ}}$ ～ $\boxed{\text{キ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ 0	① 1	② 2
③ -1	④ $\log_2 3$	⑤ $\dfrac{1}{\log_2 3}$
⑥ $(\log_2 3)^2$	⑦ $\dfrac{1}{(\log_2 3)^2}$	⑧ $1 + \log_2 3$
⑨ $\dfrac{1}{1+\log_2 3}$	ⓐ $1 + \dfrac{1}{\log_2 3}$	ⓑ $\dfrac{\log_2 3}{1+\log_2 3}$

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(ii) $x > 0$ とし

$$F(x) = \log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{3}} x$$

$$G(x) = \left(\log_{\frac{1}{2}} x\right) \cdot \left(\log_{\frac{1}{3}} x\right)$$

とおく。不等式

$$F(x) > G(x) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{②}$$

を満たす x の値の範囲を調べる。

(1) と同様に考えると，$\log_{\frac{1}{2}} x$ は 2 を底とする対数を用いて $\boxed{\text{コ}}$ と表せる。また，$\log_{\frac{1}{3}} x$ も 3 を底とする対数を用いて表すことができる。

このことから，$f(x)$ と $g(x)$ を (i) で定めた関数とするとき，$F(x)$ と $G(x)$ をそれぞれ $f(x)$ または $g(x)$ を用いて表すと

$$F(x) = \boxed{\text{サ}}, \quad G(x) = \boxed{\text{シ}}$$

となる。よって，② を満たす x の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} < x < \boxed{\text{ソ}}$$

であることがわかる。

（数学Ⅱ・数学B第 1 問は次ページに続く。）

$\boxed{\text{コ}}$ の解答群

⓪ $\log_2 x$	① $-\log_2 x$	② $\dfrac{1}{2}\log_2 x$
③ $-\dfrac{1}{2\log_2 x}$	④ $\dfrac{1}{\log_2 x}$	⑤ $-\log_2 2x$

$\boxed{\text{サ}}$ ，$\boxed{\text{シ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $f(x)$	① $-f(x)$	② $\dfrac{f(x)}{2}$	③ $\dfrac{f(x)}{3}$	④ $\dfrac{f(x)}{6}$
⑤ $g(x)$	⑥ $-g(x)$	⑦ $\dfrac{g(x)}{2}$	⑧ $\dfrac{g(x)}{3}$	⑨ $\dfrac{g(x)}{6}$

（数学Ⅱ・数学B第１問は次ページに続く。）

〔2〕 花子さんは，三角関数の表を見て，角 θ が 90° に近づくときの $\tan\theta$ の値の変化に興味をもった。なお，表1は三角関数の表の一部である。

表 1

θ	$\tan\theta$
$\vdots$	$\vdots$
81°	6.3138
82°	7.1154
83°	8.1443
$\vdots$	$\vdots$
89°	57.2900
90°	—

そこで，$0 < x < \dfrac{\pi}{4}$ を満たす x に対して，$\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - 2x\right)$ と $\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$ の値を比較してみることにした。

（数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。）

(1)　$\tan 2x = \dfrac{\sin 2x}{\cos 2x} = \dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\cos^2 x - \sin^2 x}$ より，分母と分子をそれぞれ $\cos^2 x$ で割ると

$$\tan 2x = \boxed{\text{チ}}$$

となる。さらに $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ を満たす α に対して，$\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = \dfrac{1}{\tan\alpha}$ が成り立つことから，$\dfrac{\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - 2x\right)}{\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)}$ は $\tan x$ を用いて

$$\frac{\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - 2x\right)}{\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)} = \boxed{\text{ツ}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

と表せる。

タ の解答群

⓪ $\sin x$	① $\cos x$	② $2\sin x$
③ $2\cos x$	④ $\sin^2 x$	⑤ $2\sin^2 x - 1$
⑥ $\cos^2 x$	⑦ $2\cos^2 x - 1$	⑧ $2\sin x\cos x$

チ ，ツ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ $2\tan x$	① $\dfrac{1}{2\tan x}$	② $\tan^2 x$
③ $\dfrac{1}{\tan^2 x}$	④ $\dfrac{1+\tan^2 x}{2}$	⑤ $\dfrac{2}{1+\tan^2 x}$
⑥ $\dfrac{1-\tan^2 x}{2}$	⑦ $\dfrac{2}{1-\tan^2 x}$	⑧ $\dfrac{1+\tan^2 x}{2\tan x}$
⑨ $\dfrac{2\tan x}{1+\tan^2 x}$	ⓐ $\dfrac{1-\tan^2 x}{2\tan x}$	ⓑ $\dfrac{2\tan x}{1-\tan^2 x}$

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(2) ①から，$0 < x < \frac{\pi}{4}$ のとき $\dfrac{\tan\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}$ のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{テ}} < \dfrac{\tan\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} < \boxed{\text{ト}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

である。

$\boxed{\text{テ}}$，$\boxed{\text{ト}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 0	① 1	② 2	③ 3
④ 4	⑤ $\frac{1}{2}$	⑥ $\frac{1}{3}$	⑦ $\frac{1}{4}$

（数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。）

(3) 花子さんは，表 1 に載っていない $\tan 89.5^\circ$ の値を，② を用いて調べることにした。

$0 < x < \dfrac{\pi}{4}$ のとき，$\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - 2x\right) = \tan 89^\circ$ を満たす x は

$$x = \frac{\pi}{\boxed{\text{ナニヌ}}}$$

である。

花子さんは，表 1 を参考にして $\tan 89^\circ = 57.29$ とした。② を用いると $\tan 89.5^\circ$ の値は $\boxed{\text{ネ}}$ であることがわかる。

$\boxed{\text{ネ}}$ の解答群

⓪ 30 未満	① 30 以上 40 未満
② 40 以上 50 未満	③ 50 以上 60 未満
④ 60 以上 70 未満	⑤ 70 以上 80 未満
⑥ 80 以上 90 未満	⑦ 90 以上 100 未満
⑧ 100 以上 110 未満	⑨ 110 以上

第2問 （必答問題）（配点　30）

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 6$ とする。

(1) $f'(x) = \boxed{ア}\,x^2 - \boxed{イ}\,x$ であるから，$f(x)$ は $x = \boxed{ウ}$ で極大値 $\boxed{エ}$ をとり，$x = \boxed{オ}$ で極小値 $\boxed{カ}$ をとる。

$3 \leqq x \leqq 5$ の範囲において，$f(x)$ は $x = \boxed{キ}$ で最大値をとり，$x = \boxed{ク}$ で最小値をとる。また，$1 \leqq x \leqq 3$ の範囲において，$f(x)$ は $x = \boxed{ケ}$ で最大値をとり，$x = \boxed{コ}$ で最小値をとる。

(2) t を実数とし，$t \leqq x \leqq t+1$ の範囲における $f(x)$ の最大値を $M(t)$，最小値を $m(t)$ とおく。

$M(t) = f(t+1)$ かつ $m(t) = f(t)$ となるような t の値の範囲は

$$t \leqq \boxed{サシ}, \quad \boxed{ス} \leqq t$$

である。また，$M(t) = f(t)$ かつ $m(t) = f(t+1)$ となるような t の値の範囲は

$$\boxed{セ} \leqq t \leqq \boxed{ソ}$$

であり，このとき $M(t) - m(t) = f(t) - f(t+1)$ となることに注意すると，$\boxed{セ} \leqq t \leqq \boxed{ソ}$ の範囲において $M(t) - m(t)$ は $t = \dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$ で最大値をとることがわかる。

（数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。）

⑶　$0 \leqq t \leqq 1$ とし，座標平面において2点 $(t,\ f(t))$，$(t,\ 0)$ を結んでできる線分を ℓ_1 とおく。t が $0 \leqq t \leqq 1$ の範囲を動くとき，ℓ_1 が通過する部分を図示すると図1の灰色部分となる。ただし，境界(境界線)を含む。なお，図1においては関数 $y = f(x)$ のグラフの $0 \leqq x \leqq 1$ の部分を実線で表している。

このとき，図1の灰色部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

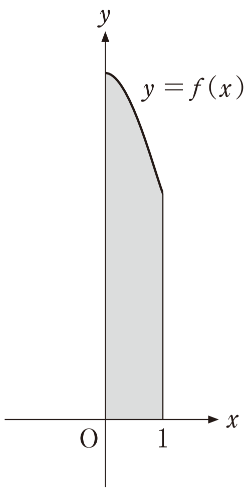


図　1

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

(4) $g(x) = x^3 - 6x^2 + 6x + 2$ とし，座標平面において2点$(t,\ f(t))$，$(t,\ g(t))$を結んでできる線分をℓ_2とおく。また，rを実数とし，実数tが$r \leqq t \leqq r+1$の範囲を動くとき，ℓ_2が通過する部分の面積をSとする。

(i) $f(x) - g(x)$の値は，$\boxed{\text{ナ}}$。したがって，すべての実数rに対して，

$S = \boxed{\text{ニ}}$ が成り立つ。

$\boxed{\text{ナ}}$ の解答群

⓪ つねに正である
① つねに負である
② 正になることも，負になることも，0になることもある

$\boxed{\text{ニ}}$ の解答群

⓪ $\displaystyle\int_r^{r+1} f(x)\,dx$	① $\displaystyle\int_r^{r+1} g(x)\,dx$
② $\displaystyle\int_r^{r+1} \{-f(x)\}\,dx$	③ $\displaystyle\int_r^{r+1} \{-g(x)\}\,dx$
④ $\displaystyle\int_r^{r+1} \{f(x) - g(x)\}\,dx$	⑤ $\displaystyle\int_r^{r+1} \{f(x) + g(x)\}\,dx$
⑥ $\displaystyle\int_r^{r+1} \{g(x) - f(x)\}\,dx$	⑦ $\displaystyle\int_r^{r+1} \{-f(x) - g(x)\}\,dx$

（数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。）

(ii) S を計算すると

$$S = f(r+1) - f(r) + 4$$

となることがわかるので，r の値が $r=$ セ から $r=$ ソ まで増加するとき，S の値は ヌ ことがわかる。

ヌ の解答群

⓪ 増加する	① 増加してから減少する
② 減少する	③ 減少してから増加する
④ 一定である	

第３問 （選択問題）（配点　20）

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて 43 ページの正規分布表を用いてもよい。

太郎さんと花子さんは，「はい」か「いいえ」のどちらかで答えられる質問を考えている。質問数は一つで，確率 p で「はい」の回答が得られ，確率 $1-p$ で「いいえ」の回答が得られるものとする。この質問を，三人からなるグループの一人ひとりに別々に示し，そのうち一人だけが「はい」と回答する確率を考えたい。

(1)　1 組のグループにおいて，三人のうち一人だけが「はい」と回答する確率を q とする。このとき，q は p の関数となり，$q=f(p)$ とおくと

$$f(p) = {}_3\mathrm{C}_{\boxed{\text{ア}}}\, p(1-p)^{3-\boxed{\text{ア}}}$$

であり，$f\left(\dfrac{1}{3}\right) = \dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ となることがわかる。また，$0 \leqq p \leqq 1$ における関数 $q=f(p)$ のグラフは図 1 のようになる。

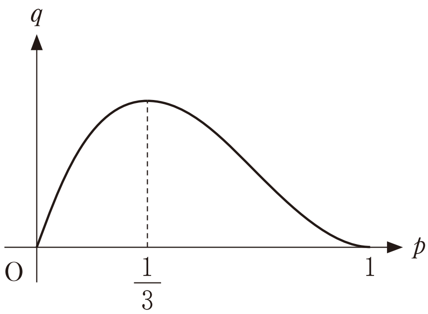


図 1　関数 $q=f(p)$ のグラフ

（数学Ⅱ・数学B第３問は次ページに続く。）

⑵　太郎さんと花子さんは，「質問Ⅰ」を作成し，試しに三人からなる9組のグループに質問した。その結果が図2に示されており，三人のうち一人だけが「はい」と回答したのは，グループ2とグループ9の2組のグループであった。

グループ1			グループ2			グループ3		
×	×	×	○	×	×	○	○	×
グループ4			グループ5			グループ6		
○	×	○	×	○	○	×	○	○
グループ7			グループ8			グループ9		
○	○	○	○	○	×	×	○	×

○は「はい」，×は「いいえ」を表す。

図2　9組のグループに質問した結果

太郎さんと花子さんは，三人のうち一人だけが「はい」と回答したグループの割合が $\frac{2}{9}$ となったので，⑴の q を用いて $q=\frac{2}{9}$ となる p について考えることにした。$q=\frac{2}{9}$ となる p については，方程式 $f(p)-\frac{2}{9}=0$ が

$$\left(p-\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\right)(9p^2-12p+1)=0$$

と変形できることに着目することにより求められる。

（数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。）

(3) 太郎さんと花子さんは，$p = \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ となるように工夫して「質問Ⅱ」を考え，今度は三人からなる 100 組のグループに質問した。その結果，三人のうち一人だけが「はい」と回答したグループは 25 組であった。

(i) 太郎さんと花子さんは，「質問Ⅱ」における(1)の q が $\dfrac{2}{9}$ となるかどうかを回答の結果から確かめることにした。そこで，q に対する信頼度 95 % の信頼区間を考えている。

太郎：三人のうち一人だけが「はい」と回答するグループの数を確率変数として考えてみたらどうかな。
花子：二項分布を用いるといいね。

三人のうち一人だけが「はい」と回答するグループの数を確率変数 X で表すと，X は二項分布 $B\left(\boxed{\text{カ}},\ q\right)$ に従う。標本の大きさは十分に大きいので，二項分布の正規分布による近似を用いて q に対する信頼度 95 % の信頼区間を求めることができる。その信頼区間は $0.17 \leqq q \leqq 0.33$ となるから，$\dfrac{2}{9}$ が信頼区間に含まれることが確認できる。

$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

⓪ 3	① 9	② 25	③ 100	④ 300

（数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。）

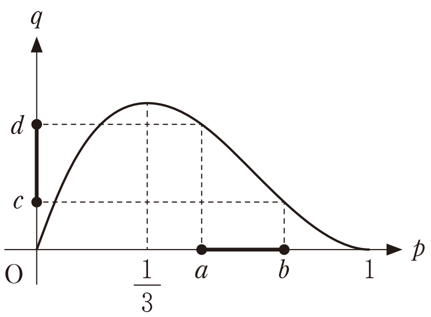
(ii)　太郎さんと花子さんは，(i)の結果を振り返りながら先生と話をしている。

太郎：私たちの考えたやり方では，三人のうち一人だけが「はい」と回答するグループの数に着目したね。

花子：ほかにも方法はないのかな。

先生：(1)の図1を見たらわかると思うけど，関数 $q = f(p)$ は $\frac{1}{3} \leqq p \leqq 1$ で減少するので，p に対する信頼度 95 % の信頼区間 $a \leqq p \leqq b$ から，その信頼区間に対応する q のとり得る値の範囲 $c \leqq q \leqq d$ を考えることもできますよ。

花子：先生の方法だと，q のとり得る値の範囲が(i)で求めた q に対する信頼区間よりせまくなるかもしれないね。



参考図

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

三人からなる1組のグループに質問するとき，「はい」と回答する人数を確率変数 Y で表すと，Y は二項分布 $B\left(\boxed{キ},\ p\right)$ に従う。三人からなる100組のグループに質問するときの結果を，Y と同じ確率分布をもつ母集団から無作為に抽出した大きさ $n=100$ の標本とみなす。これらを確率変数 Y_1，Y_2，…，Y_{100} で表す。このとき，期待値は

$$E(Y_1)=E(Y_2)=\cdots=E(Y_{100})=\boxed{ク}\,p$$

となる。三人からなる100組のグループから得られた「質問Ⅱ」への回答結果において，標本平均 $\overline{Y}$ は1.96，標本の標準偏差は0.90であった。

$\boxed{ク}\,p$ に対する信頼度95％の信頼区間を $L\leqq\boxed{ク}\,p\leqq U$ とするとき，$P\left(L\leqq\boxed{ク}\,p\leqq U\right)=0.95$ である。よって

$$P\left(\frac{L}{\boxed{ク}}\leqq p\leqq\frac{U}{\boxed{ク}}\right)=0.95$$

となり，p に対する信頼度95％の信頼区間が求められる。

標本の大きさが十分に大きいとき，母標準偏差の代わりに標本の標準偏差を用いてよいことが知られているから，p に対する信頼度95％の信頼区間は $\boxed{ケ}$ となることがわかる。

p に対する信頼度95％の信頼区間から，先生が示唆した q のとり得る値の範囲は $0.18\leqq q\leqq 0.30$ となる。

$\boxed{キ}$，$\boxed{ク}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 3	① 9	② 25	③ 100	④ 300

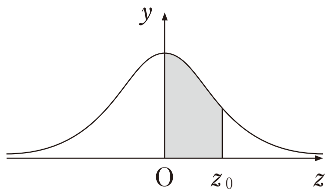
$\boxed{ケ}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ $0.58\leqq p\leqq 0.73$	① $0.59\leqq p\leqq 0.71$	② $0.61\leqq p\leqq 0.70$
③ $0.61\leqq p\leqq 0.76$	④ $0.63\leqq p\leqq 0.74$	⑤ $0.64\leqq p\leqq 0.75$

（数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。）

正　規　分　布　表

次の表は，標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

第4問 （選択問題）（配点 20）

m を 0 ではない定数とする。座標平面において，2本の直線

$y = 2x$ ……………………………… ①

$y = mx + 4$ ……………………………… ②

を考える。

原点$(0, 0)$を Q_0，点$(0, 4)$を P_1 とし，次の**手順**で点 Q_1，P_2，Q_2，…，P_n，Q_n，P_{n+1}，… を定める。

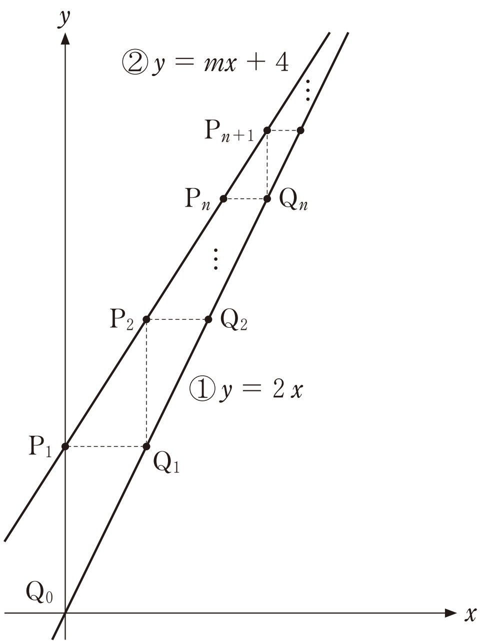
手順

- P_1 から x 軸に平行な直線を引いて，直線 ① との交点を Q_1 とする。
- Q_1 から y 軸に平行な直線を引いて，直線 ② との交点を P_2 とする。

⋮

- P_n から x 軸に平行な直線を引いて，直線 ① との交点を Q_n とする。
- Q_n から y 軸に平行な直線を引いて，直線 ② との交点を P_{n+1} とする。

⋮



参考図 $\left(m = \dfrac{3}{2} \text{ のとき}\right)$

（数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。）

(1) $m = 2$ とする。すなわち，② は $y = 2x + 4$ である。Q_1 の座標は $\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$ であり，P_2 の座標は $\left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\right)$ である。

自然数 n について，P_n の y 座標を a_n とする。Q_n の x 座標を a_n を用いて表すと，$\boxed{\text{オ}}$ となる。よって，P_{n+1} の y 座標 a_{n+1} は $\boxed{\text{カ}}$ となる。したがって，数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \boxed{\text{キ}}$ である。

$\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{カ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $2a_n$	① $a_n - 2$
② $\frac{1}{2}a_n$	③ $\frac{1}{2}a_n - 2$
④ $2a_n - 4$	⑤ $2a_n + 4$
⑥ $3a_n - 4$	⑦ $a_n + 4$

$\boxed{\text{キ}}$ の解答群

⓪ $4n$	① $2n + 2$	② $6n - 2$
③ 2^{n+1}	④ $2^n + 2$	⑤ 4^n

（数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。）

⑵　$m=-1$ とする。すなわち，② は $y=-x+4$ である。自然数 n について，P_n の y 座標を b_n とする。

(i)　数列$\{b_n\}$について，$b_1=\boxed{\text{ク}}$ かつ

$$b_{n+1}=\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}b_n+\boxed{\text{シ}}\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

となる。よって，数列$\{b_n\}$の一般項は

$$b_n=\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\left(\frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}\right)^{n-1}+\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

となる。

（数学Ⅱ・数学B第４問は次ページに続く。）

(ii) 自然数 n について，Q_{n-1} と P_n を結ぶ線分の長さを c_n とし，P_n と Q_n を結ぶ線分の長さを d_n とする。Q_0，P_1，Q_1，P_2，…，P_n，Q_n を順に結んだ折れ線の長さを S_n とおく。$S_n = c_1 + d_1 + c_2 + d_2 + \cdots + c_n + d_n$ である。

すべての自然数 n について，d_n を c_n を用いて表すと，$d_n = \boxed{\text{ト}}$ である。また，数列 $\{c_n\}$ について

$$c_{n+1} = \boxed{\text{ナ}} \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

が成り立つ。このことを用いると

$$S_n = \boxed{\text{ニ}} \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

となる。

$\boxed{\text{ト}}$，$\boxed{\text{ナ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ $\frac{1}{2}c_n$	① c_n	② $2c_n$
③ $c_n - 2$	④ $-\frac{1}{2}c_n + 4$	⑤ $-c_n + 2$

$\boxed{\text{ニ}}$ の解答群

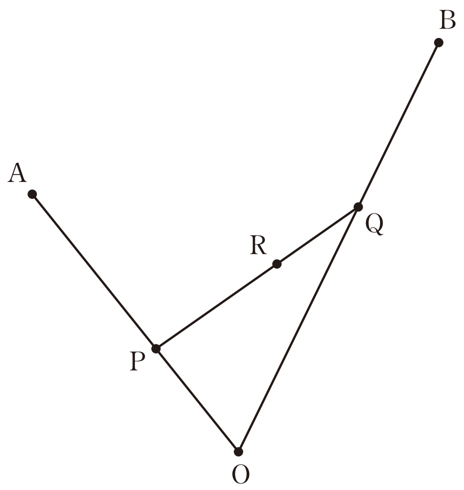
⓪ $2n + 2$	① $3n + 3$
② $\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n + 3$	③ $\frac{1}{2}n^2 + \frac{3}{2}n + 4$
④ $4\left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right\}$	⑤ $6\left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right\}$
⑥ $8\left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n}\right\}$	⑦ $12\left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n}\right\}$

第5問 （選択問題）（配点　20）

平面上に3点O，A，Bがある。ただし，O，A，Bは同一直線上にはないとする。$\vec{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b} = \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とおく。

t を $0 < t < 1$ を満たす実数とし，3点P，Q，Rを以下のように定める。

- 線分OAを $(1-t) : t$ に内分する点をPとする。
- 線分OBを $t : (1-t)$ に内分する点をQとする。
- 線分PQを $t : (1-t)$ に内分する点をRとする。



参考図 $\left(t = \dfrac{3}{5}\text{のとき}\right)$

（数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。）

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ と t を用いて表すと

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \boxed{\text{ア}}\,\vec{a},\quad \overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \boxed{\text{イ}}\,\vec{b}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{OR}} = \boxed{\text{ウ}}\,\vec{a} + \boxed{\text{エ}}\,\vec{b}$$

である。

$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{エ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ t	① $(t-1)$	② $(1-t)$	③ $(-t)$
④ t^2	⑤ $t(1-t)$	⑥ $2t(1-t)$	⑦ $(1-t)^2$

(2) O，A，B を図1の位置にとる。$t = \dfrac{1}{3}$ のときの R の位置として，図1における点 R_0，R_1，…，R_9 のうち，正しいものは $\boxed{\text{オ}}$ である。ただし，図1における破線は，OA を9等分する点を通り OB に平行な線分と，OB を9等分する点を通り OA に平行な線分である。また R_0，R_1，…，R_9 は，いずれもこれらの線分どうしの交点である。

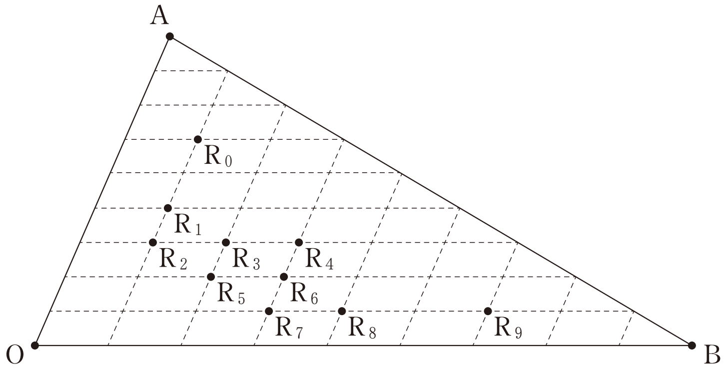


図　1

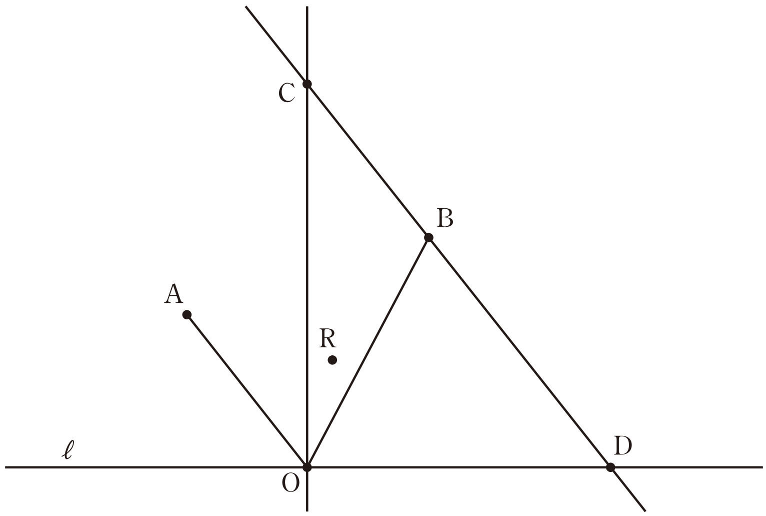
$\boxed{\text{オ}}$ の解答群

⓪ R_0	① R_1	② R_2	③ R_3	④ R_4
⑤ R_5	⑥ R_6	⑦ R_7	⑧ R_8	⑨ R_9

（数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。）

(3)　$0^\circ < \angle AOB < 90^\circ$ の場合を考える。$\overrightarrow{OC} = \vec{a} + \vec{b}$ を満たす点Cをとる。Oを通り直線OCと垂直に交わる直線を ℓ とする。t が $0 < t < 1$ の範囲を動くとき，Rと ℓ の距離について考えよう。

直線BCと ℓ の交点をDとし，k を OA : BD $= 1 : k$ を満たす正の数とする。



参考図

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

(i) $\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ と k を用いて表すと

$$\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \boxed{\text{カ}}$$

である。また，直線 OC と直線 OD が垂直に交わることから，$k = \boxed{\text{キ}}$ であることがわかる。

$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

⓪ $k\vec{a} + \vec{b}$	① $k\vec{a} - \vec{b}$
② $-k\vec{a} + \vec{b}$	③ $-k\vec{a} - \vec{b}$
④ $\vec{a} + k\vec{b}$	⑤ $\vec{a} - k\vec{b}$
⑥ $-\vec{a} + k\vec{b}$	⑦ $-\vec{a} - k\vec{b}$

$\boxed{\text{キ}}$ の解答群

⓪ $\dfrac{\lvert\vec{a}\rvert}{\lvert\vec{b}\rvert}$	① $\dfrac{\lvert\vec{b}\rvert}{\lvert\vec{a}\rvert}$
② $\dfrac{\lvert\vec{a}\rvert^2 + \vec{a}\cdot\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert^2 + \vec{a}\cdot\vec{b}}$	③ $\dfrac{-\lvert\vec{a}\rvert^2 - \vec{a}\cdot\vec{b}}{\lvert\vec{b}\rvert^2 + \vec{a}\cdot\vec{b}}$
④ $\dfrac{\lvert\vec{b}\rvert^2 + \vec{a}\cdot\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert^2 + \vec{a}\cdot\vec{b}}$	⑤ $\dfrac{-\lvert\vec{b}\rvert^2 - \vec{a}\cdot\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert^2 + \vec{a}\cdot\vec{b}}$

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

(ii) $\vec{c} = \overrightarrow{\mathrm{OC}}$，$\vec{d} = \overrightarrow{\mathrm{OD}}$ とおく。$\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を，垂直な二つのベクトル $\vec{c}$，$\vec{d}$ と k，t を用いて表すことを考えよう。まず $\vec{a}$ と $\vec{b}$ は，$\vec{c}$，$\vec{d}$ と k を用いると

$$\vec{a} = \frac{1}{k+1}\left(\boxed{\text{ク}}\right),\quad \vec{b} = \frac{1}{k+1}\left(\boxed{\text{ケ}}\right)$$

と表すことができる。

これから

$$\overrightarrow{\mathrm{OR}} = \frac{1}{k+1}\left\{\boxed{\text{コ}}\,t^2 - \boxed{\text{サ}}\,t + \boxed{\text{シ}}\right\}\vec{c} + \frac{1}{k+1}\left(\boxed{\text{ス}}\,t - \boxed{\text{セ}}\right)\vec{d}$$

であることがわかる。

$\boxed{\text{ク}}$，$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $\vec{c} + \vec{d}$	① $\vec{c} - \vec{d}$	② $-\vec{c} + \vec{d}$
③ $k\vec{c} + \vec{d}$	④ $\vec{c} + k\vec{d}$	

$\boxed{\text{コ}}$ ～ $\boxed{\text{セ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $\frac{1}{2}$	① 1	② 2
③ k	④ $2k$	⑤ $(k+1)$
⑥ $2(k+1)$	⑦ $(k-1)$	⑧ $2(k-1)$

（数学Ⅱ・数学B第５問は次ページに続く。）

(iii) t が $0 < t < 1$ の範囲を動くとき，R と ℓ の距離が最小になるのは $t =$ $\boxed{\text{ソ}}$ のときである。

$\boxed{\text{ソ}}$ の解答群

⓪ $\dfrac{1}{2}$	① $\dfrac{1}{k-1}$	② $\dfrac{2}{k-1}$	③ $\dfrac{1}{k}$
④ $\dfrac{2}{k}$	⑤ $\dfrac{k-1}{k}$	⑥ $\dfrac{1}{k+1}$	⑦ $\dfrac{2}{k+1}$
⑧ $\dfrac{k-1}{k+1}$	⑨ $\dfrac{k}{k+1}$		