数学Ⅱ，数学B，数学C

問　題	選　択　方　法
第１問	必　　答
第２問	必　　答
第３問	必　　答
第４問	いずれか３問を選択し，解答しなさい。
第５問	
第６問	
第７問	

第1問 （必答問題）（配点 15）

n を3以上の自然数とする。

(1) x^n を $x-2$ や $2x-1$ で割ったときの余りについて考えよう。

(i) x^n を $x-2$ で割ったときの商を $Q(x)$，余りを k とおく。x^n を $Q(x)$ と k を用いて表すと

$$x^n = \boxed{\text{ア}} \qquad \cdots\cdots\cdots ①$$

となる。① の両辺の x に 2 を代入すると，$k = \boxed{\text{イ}}$ であることがわかる。

(ii) (i)と同様に考えると，x^n を $2x-1$ で割ったときの余りは，$\boxed{\text{ウ}}$ であることがわかる。

（数学Ⅱ，数学B，数学C第1問は次ページに続く。）

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

⓪ $kQ(x)+x-2$	① $kQ(x)-(x-2)$
② $k(x-2)+Q(x)$	③ $k(x-2)-Q(x)$
④ $(x-2)Q(x)+k$	⑤ $(x-2)Q(x)-k$

$\boxed{\text{イ}}$， $\boxed{\text{ウ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 0	① 1	② 2	③ -1
④ -2	⑤ 2^n	⑥ $(-1)^n$	⑦ -2^n
⑧ $\dfrac{1}{2^n}$	⑨ $-\dfrac{1}{2^n}$		

（数学Ⅱ，数学B，数学C第１問は次ページに続く。）

(2) 次に，x^n を $(x-2)^2$ や $(2x-1)^2$ で割ったときの余りについて考えよう。

(i) x^n を $(x-2)^2$ で割ったときの余りを $R(x)$ とおく。

太郎さんと花子さんは，$R(x)$ の求め方について話している。

太郎：(1) と同じように考えても，余りをうまく求められないね。

花子：$X = x - 2$ とおいてみるのはどうだろう。

花子さんの提案する方法で，余りを求めてみよう。

$X = x - 2$ とおく。このとき

$$x^n = (X+2)^n$$

である。$(X+2)^n$ を展開すると，X の項の係数は $\boxed{\text{エ}}$，定数項は $\boxed{\text{オ}}$ となる。これら以外の項は X^2 で割り切れるので，$(X+2)^n$ は，ある多項式 $A(X)$ を用いて

$$(X+2)^n = A(X)\cdot X^2 + \boxed{\text{エ}}\,X + \boxed{\text{オ}}$$

と表すことができる。このことから

$$R(x) = \boxed{\text{カ}}\,x + \boxed{\text{キ}}$$

であることがわかる。

(ii) (i) と同様に考えると，x^n を $(2x-1)^2$ で割ったときの余りは，

$\boxed{\text{ク}}\,x + \boxed{\text{ケ}}$ である。

（数学Ⅱ，数学B，数学C第１問は次ページに続く。）

$\boxed{\text{エ}}$ ～ $\boxed{\text{ケ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ 2^n	① $\dfrac{1}{2^n}$
② $n \cdot 2^n$	③ $(-n+1) \cdot 2^n$
④ $n \cdot 2^{n-1}$	⑤ $(-n+1) \cdot 2^{n-1}$
⑥ $\dfrac{n}{2^n}$	⑦ $\dfrac{-n+1}{2^n}$
⑧ $\dfrac{n}{2^{n-1}}$	⑨ $\dfrac{-n+1}{2^{n-1}}$

第２問 （必答問題）（配点　15）

同一平面上にある二つの円を考える。二つの円がただ一つの共有点をもつとき，二つの円は接するという。二つの円が図１のように接するとき，二つの円は外接するといい，図２のように接するとき，二つの円は内接するという。

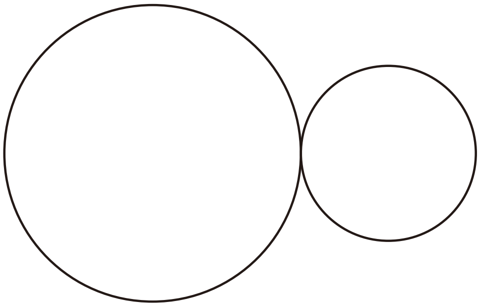


図１　外接

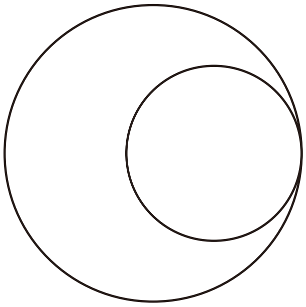


図２　内接

（数学Ⅱ，数学B，数学C第２問は次ページに続く。）

実数 s は $-2 < s < 2$ を満たし，実数 t は $t > 0$ を満たすとする。O を原点とする座標平面において，方程式

$$x^2 + y^2 = 4$$

が表す円を C_0，方程式

$$x^2 - 2sx + y^2 - 2ty + s^2 = 0 \qquad \cdots\cdots ①$$

が表す円を C とする。

(1) C は，中心 $\left(\boxed{ア}, \boxed{イ}\right)$，半径 $\boxed{ウ}$ の円である。また，C は s や t の値によらず $\boxed{エ}$ と接している。

$\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ウ}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ 0	① s^2	② t^2	③ s	④ $2s$
⑤ $4s$	⑥ t	⑦ $2t$	⑧ $4t$	

$\boxed{エ}$ の解答群

⓪ x 軸	① y 軸
② 直線 $y = x$	③ 直線 $y = -x$

(数学Ⅱ，数学B，数学C第2問は次ページに続く。)

⑵ C と C_0 が接する場合を考える。C と C_0 が接したまま実数 s が $-2 < s < 2$ の範囲を動くとき，C の中心が描く図形について考えよう。

(i) $-2 < s < 2$ に注意すると，C_0 と C は [オ] していることがわかる。いま，C_0 の半径を r_0，C の半径を r とし，C_0 の中心と C の中心との間の距離 d を r_0 と r で表すと，$d =$ [カ] となる。したがって，t を s で表すと，$t =$ [キ] となる。

[オ] の解答群

⓪ 外　接	① 内　接

[カ] の解答群

⓪ $r + r_0$	① $r - r_0$	② $r_0 - r$
③ $r \cdot r_0$	④ $\dfrac{r}{r_0}$	⑤ $\dfrac{r_0}{r}$

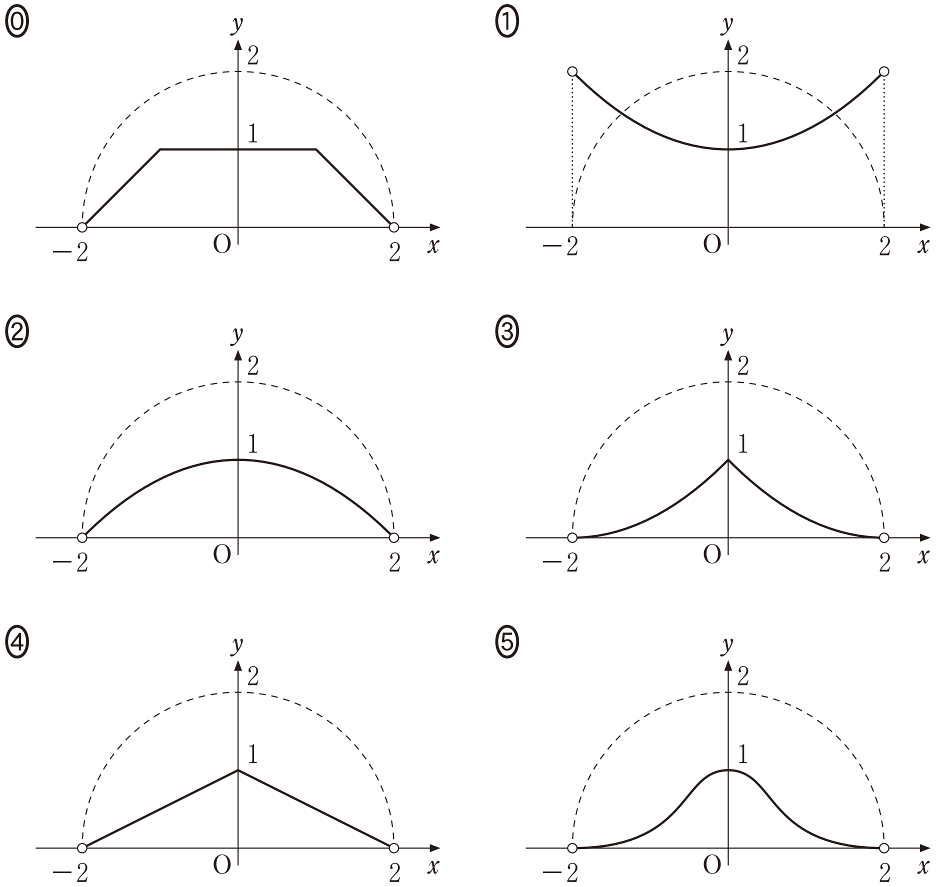
[キ] の解答群

⓪ $\dfrac{4 + s^2}{4}$	① $\dfrac{4 - s^2}{4}$	② $\dfrac{\sqrt{4 + s^2}}{2}$
③ $\dfrac{\sqrt{4 - s^2}}{2}$	④ $\dfrac{(2 + s)^2}{4}$	⑤ $\dfrac{(2 - s)^2}{4}$

(数学Ⅱ，数学B，数学C第２問は次ページに続く。)

(ii)　C の中心が描く図形の概形を実線で表したものは $\boxed{\text{ク}}$ である。

$\boxed{\text{ク}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。ただし，⓪～⑤では C_0 の $y > 0$ の部分をそれぞれ破線で表している。



(数学Ⅱ，数学B，数学C第２問は次ページに続く。)

(3)　実数 k は $-2 < k < 2$ を満たすとする。① が表す円のうち，直線 $x = k$ と C_0 の両方に接する円は二つある。そのうち，中心が不等式 $x < k$ の表す領域にある円を C_1，中心が不等式 $x > k$ の表す領域にある円を C_2 とする。

(1) と (2) の (ii) を考慮すると，$k = \boxed{ケ}$ のときに C_1 の半径は最大値をとることがわかる。また，$k = \boxed{ケ}$ のとき，C_2 の中心の座標は

$$\left(\boxed{コ}\sqrt{\boxed{サ}} - \boxed{シ},\ \boxed{ス}\sqrt{\boxed{セ}} - \boxed{ソ}\right)$$

である。

第3問 （必答問題）（配点　22）

(1) 関数 $F(x)=\int_0^x t(t-2)\,dt$ について考える。

$$F'(x)=x^2-\boxed{\text{ア}}\,x$$

である。

$x=\boxed{\text{イ}}$ のとき，$F(x)$ は極大値 $\boxed{\text{ウ}}$ をとる。

$x=\boxed{\text{エ}}$ のとき，$F(x)$ は極小値 $\dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ をとる。

(2) $x \geqq 0$ のとき，関数 $G(x)=\int_0^x |t(t-2)|\,dt$ のグラフの概形を考えよう。

(i) $t(t-2) \leqq 0$ を満たす t の値の範囲は $0 \leqq t \leqq 2$ であり，$t(t-2) \geqq 0$ を満たす t の値の範囲は $t \leqq 0$， $2 \leqq t$ である。よって

$0 \leqq t \leqq 2$ のとき　　$|t(t-2)|=\boxed{\text{ク}}$

$t \leqq 0$， $2 \leqq t$ のとき　　$|t(t-2)|=\boxed{\text{ケ}}$

である。

$\boxed{\text{ク}}$， $\boxed{\text{ケ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $t(t-2)$	① $t(t+2)$
② $-t(t-2)$	③ $-t(t+2)$

（数学Ⅱ，数学B，数学C第3問は次ページに続く。）

(ii) (i)により，$G(x)$を(1)の$F(x)$を用いて表すと

$0 \leqq x \leqq 2$ のとき

$$G(x) = \int_0^x \boxed{\text{コ}}\, dt = \boxed{\text{サ}}$$

$2 \leqq x$ のとき

$$G(x) = \int_0^2 \boxed{\text{コ}}\, dt + \int_2^x \boxed{\text{シ}}\, dt = \boxed{\text{ス}}$$

である。

$\boxed{\text{コ}}$，$\boxed{\text{シ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ $t(t-2)$	① $t(t+2)$
② $\{-t(t-2)\}$	③ $\{-t(t+2)\}$

$\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{ス}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

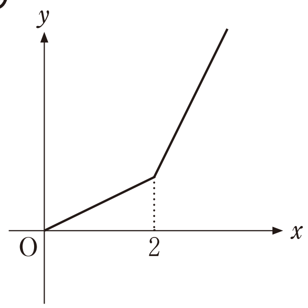
⓪ $F(x)-\frac{8}{3}$	① $-F(x)-\frac{8}{3}$	② $F(x)+\frac{8}{3}$
③ $-F(x)+\frac{8}{3}$	④ $F(x)-\frac{4}{3}$	⑤ $-F(x)-\frac{4}{3}$
⑥ $F(x)+\frac{4}{3}$	⑦ $-F(x)+\frac{4}{3}$	⑧ $F(x)$
⑨ $-F(x)$		

(数学Ⅱ，数学B，数学C第3問は次ページに続く。)

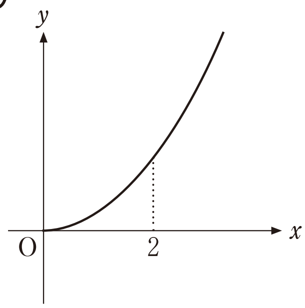
(iii)　(ii)により，関数 $y = G(x)$ のグラフの概形は $\boxed{\text{セ}}$ である。

$\boxed{\text{セ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

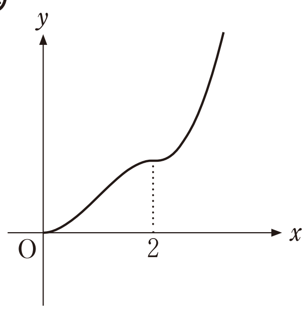
⓪



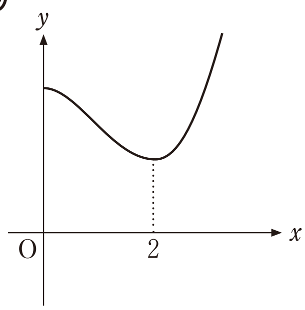
①



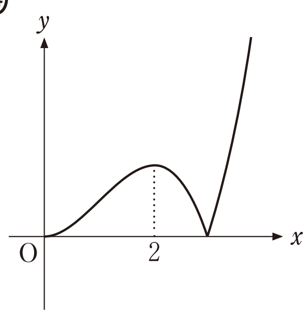
②



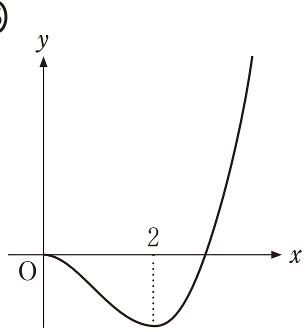
③



④



⑤



（数学Ⅱ，数学B，数学C第3問は次ページに続く。）

(3)　α，β は $\alpha < \beta$ を満たす定数とする。$x \geqq \alpha$ のとき，次の関数 $H(x)$ について考える。

$$H(x) = \int_{\alpha}^{x} |(t-\alpha)(t-\beta)|\,dt - \int_{\alpha}^{x} (t-\alpha)(t-\beta)\,dt$$

$H(x)$ の値が x の値によらず一定となるような x の値の範囲は $\boxed{ソ}$ である。$\boxed{ソ}$ における $H(x)$ の値は $\boxed{タ}$ に等しい。

$\boxed{ソ}$ の解答群

⓪ $\alpha \leqq x \leqq \dfrac{\alpha+\beta}{2}$	① $\dfrac{3\alpha+\beta}{4} \leqq x \leqq \dfrac{\alpha+3\beta}{4}$
② $\dfrac{\alpha+\beta}{2} \leqq x \leqq \beta$	③ $\beta \leqq x$

$\boxed{タ}$ の解答群

⓪ 0

① 関数 $y=(x-\alpha)(x-\beta)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積

② 関数 $y=(x-\alpha)(x-\beta)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積の 2 倍

③ 関数 $y=(x-\alpha)(x-\beta)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積の $\dfrac{1}{2}$ 倍

④ 関数 $y=(x-\alpha)(x-\beta)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積の $-\dfrac{1}{2}$ 倍

⑤ 関数 $y=(x-\alpha)(x-\beta)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積の -1 倍

⑥ 関数 $y=(x-\alpha)(x-\beta)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積の -2 倍

第4問 (選択問題) (配点 16)

(1) 数列$\{a_n\}$を次の式で定める。

$$a_1 = -3,\quad a_{n+1} = -\frac{1}{2}a_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

このとき, $\{a_n\}$の一般項は $a_n = \boxed{\text{アイ}}\left(\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}\right)^{n-1}$ である。

nが奇数であればa_n $\boxed{\text{カ}}$ 0が成り立つ。また, nが偶数であれば a_n $\boxed{\text{キ}}$ 0が成り立つ。

$\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{キ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ $<$	① $=$	② $>$

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C第4問は次ページに続く。)

(2)　数列 $\{b_n\}$ を次の式で定める。

$$b_1 = -3,\ b_{n+1} = -\frac{1}{2}b_n - 9 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

このとき

$$b_{n+1} + \boxed{\text{ク}} = -\frac{1}{2}\left(b_n + \boxed{\text{ク}}\right) \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

が成り立つ。したがって，$\{b_n\}$ の一般項は

$$b_n = \boxed{\text{ケ}}\left(\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}\right)^{n-1} - \boxed{\text{ス}}$$

である。

すべての自然数 n について $\left(\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}\right)^{n-1} \leqq A$ が成り立つような最小の実数 A は，$A = \boxed{\text{セ}}$ である。

以上のことから，数列 $\{b_n\}$ に関する記述として，次の⓪～②のうち，正しいものは $\boxed{\text{ソ}}$ である。

$\boxed{\text{ソ}}$ の解答群

⓪　すべての自然数 n について $b_n < 0$ が成り立つ。

①　すべての自然数 n について $b_n > 0$ が成り立つ。

②　$b_k < 0$ となる自然数 k があり，$b_\ell > 0$ となる自然数 ℓ もある。

（数学Ⅱ，数学B，数学C第4問は次ページに続く。）

(3) α を実数とする。数列 $\{c_n\}$ を次の式で定める。

$$c_1 = \alpha,$$

$$c_{n+1} = -\frac{1}{2}c_n^2 + 4 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{①}$$

花子さんと太郎さんは，数列 $\{c_n\}$ について話している。

花子：一般項 c_n を求めてみようか。

太郎：一般項を式で表すのは難しそうだから，α と n をいろいろ変えてみて，c_n の具体的な値を調べてみよう。

花子：コンピュータでたくさん計算してみたけれど，$-4 \leqq c_n \leqq 4$ が成り立つことが多いね。

太郎：$-4 \leqq c_k \leqq 4$ が成り立つと，$-4 \leqq c_{k+1} \leqq 4$ も成り立つように見えるね。

(i) 太郎さんは，次の**命題 1** が真であることを証明しようと考えた。

命題 1　k を自然数とする。$-4 \leqq c_k \leqq 4$ が成り立つならば，$-4 \leqq c_{k+1} \leqq 4$ が成り立つ。

数列 $\{c_n\}$ は ① を満たすので，次が成り立つ。

- すべての自然数 k について，$c_{k+1} \leqq 4$ は，$\boxed{\text{タ}}$。
- すべての自然数 k について，$-4 \leqq c_{k+1}$ は，$\boxed{\text{チ}}$。

したがって，**命題 1** は真である。また，**命題 1** を用いると，数学的帰納法により次の**命題 2** が真であることがわかる。

命題 2　$-4 \leqq \alpha \leqq 4$ ならば，すべての自然数 n について $-4 \leqq c_n \leqq 4$ が成り立つ。

（数学Ⅱ，数学B，数学C第 4 問は次ページに続く。）

$\boxed{タ}$，$\boxed{チ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ c_k の値によらず成り立つ
① c_k の値によらず成り立たない
② $c_k \leqq 4$ ならば成り立ち，$4 < c_k$ ならば成り立たない
③ $-4 \leqq c_k$ ならば成り立ち，$c_k < -4$ ならば成り立たない
④ $-4 \leqq c_k \leqq 4$ ならば成り立ち，$c_k < -4$ または $4 < c_k$ ならば成り立たない

(ii) 表1は，コンピュータによる計算結果の一部をまとめたものである。ただし，c_4 の値は小数第4位を四捨五入したものである。

表 1

	c_1	c_2	c_3	c_4
$a = 1$	1	3.5	-2.125	1.742
$a = 5$	5	-8.5	-32.125	-512.008

a を変えて得られる数列 $\{c_n\}$ に関する次の命題(Ⅰ)，(Ⅱ)，(Ⅲ)について，真偽の組合せとして正しいものは $\boxed{ツ}$ である。

(Ⅰ) $a > 4$ ならば，すべての自然数 n について $c_n > 4$ が成り立つ。
(Ⅱ) $a \leqq 4$ ならば，すべての自然数 n について $c_n \leqq 4$ が成り立つ。
(Ⅲ) $a < 0$ ならば，すべての自然数 n について $c_n < 0$ が成り立つ。

$\boxed{ツ}$ の解答群

	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(Ⅰ)	真	真	真	真	偽	偽	偽	偽
(Ⅱ)	真	真	偽	偽	真	真	偽	偽
(Ⅲ)	真	偽	真	偽	真	偽	真	偽

第5問 （選択問題）（配点　16）

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて27ページの正規分布表を用いてもよい。

次のように設定されているくじを考える。くじを1回引いて得られる点を**得点**と呼ぶ。

くじの設定

中身の見えない箱の中に

000，001，002，…，998，999

の番号が，それぞれ一つずつ書かれたカードが1枚ずつ合計1000枚入っている。この箱の中から無作為に1枚のカードを取り出して番号を確認し，そのカードを箱の中に戻す試行を繰り返し行う。このとき，取り出したカードに書かれた番号によって，以下に示される点が得られるものとする。

- 番号が「777」ならば，2000点
- 番号の下二桁が「22」ならば，800点
- 番号の下一桁が「1」ならば，100点
- 上記以外ならば，0点

（数学Ⅱ，数学B，数学C第5問は次ページに続く。）

(1) **得点**を確率変数 X で表す。このとき，X のとり得る値は $x_1 = 2000$，$x_2 = 800$，$x_3 = 100$，$x_4 = 0$ である。X の確率分布は次の表で与えられる。

X	x_1	x_2	x_3	x_4	計
P	p_1	p_2	p_3	p_4	1

ここで

$$p_1 = P(X = 2000) = \frac{1}{1000}$$

$$p_2 = P(X = 800) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{100}$$

$$p_3 = P(X = 100) = \frac{1}{10}$$

$$p_4 = P(X = 0) = \frac{\boxed{\text{イウエ}}}{1000}$$

である。

確率変数 X の平均(期待値)$E(X)$ は

$$E(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + x_4p_4$$

であるから

$$E(X) = \boxed{\text{オカ}} \quad \cdots\cdots ①$$

となる。また，確率変数 X の分散 $V(X)$ は

$$V(X) = \{x_1 - E(X)\}^2 p_1 + \{x_2 - E(X)\}^2 p_2 + \{x_3 - E(X)\}^2 p_3 + \{x_4 - E(X)\}^2 p_4$$

であるから

$$V(X) = 11000 \quad \cdots\cdots ②$$

となる。

(数学Ⅱ，数学B，数学C第5問は次ページに続く。)

(2) くじの参加者にはあらかじめ十分な持ち点が与えられている。くじを1回引くたびに25点を引かれるとする。1回のくじ引きに対して，**得点**から25点を引いた差を**損得点**と呼ぶ。

(i) **損得点**を確率変数 Y で表す。Y は，(1)の確率変数 X を用いて

$$Y = X - \boxed{\text{キク}}$$

と表せる。$\boxed{\text{キク}} = c$ とおくと，Y のとり得る値は $y_1 = x_1 - c$，$y_2 = x_2 - c$，$y_3 = x_3 - c$，$y_4 = x_4 - c$ である。Y の確率分布は，(1)の p_1，p_2，p_3，p_4 を用いて次の表で与えられる。

Y	y_1	y_2	y_3	y_4	計
P	p_1	p_2	p_3	p_4	1

確率変数 Y の平均(期待値) $E(Y)$ は，(1)の $E(X)$ を用いて

$$E(Y) = \boxed{\text{ケ}}$$

となる。また，確率変数 Y の分散 $V(Y)$ は，(1)の $V(X)$ を用いて

$$V(Y) = \boxed{\text{コ}}$$

となる。

(ii) くじ引きを400回繰り返すとき，各回の**得点**を表す確率変数を X_1，X_2，…，X_{400} とする。また

$$Y_1 = X_1 - c,\ Y_2 = X_2 - c,\ \cdots,\ Y_{400} = X_{400} - c$$

とすると，Y_1，Y_2，…，Y_{400} は母平均 $E(Y)$，母標準偏差 $\sqrt{V(Y)}$ の母集団から無作為に抽出した大きさ400の無作為標本とみなせる。

(数学Ⅱ，数学B，数学C第5問は次ページに続く。)

標本の大きさ 400 は十分に大きいから，標本平均

$$\overline{Y} = \frac{1}{400}(Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_{400})$$

は近似的に正規分布 $N\left(E(Y),\ \boxed{\text{サ}}\right)$ に従う。

このことから，くじ引きを 400 回繰り返すとき，**損得点**の合計 $Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_{400}$ が 0 以上となる確率は，① と ② から

$$P(Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_{400} \geqq 0) = \boxed{\text{シ}}$$

である。ただし，$\boxed{\text{シ}}$ の計算においては，$\sqrt{110} = 10.5$ とする。

$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群

⓪ $E(X)$	① $E(X) - c$	② $E(X) + c$
③ $cE(X)$	④ $\dfrac{E(X)}{c}$	

$\boxed{\text{コ}}$ の解答群

⓪ $V(X)$	① $V(X) - c$	② $V(X) + c$
③ $V(X) - c^2$	④ $V(X) + c^2$	

$\boxed{\text{サ}}$ の解答群

⓪ $\dfrac{\sqrt{V(Y)}}{20}$	① $\sqrt{V(Y)} - c$	② $V(Y)$
③ $V(Y) + c^2$	④ $V(Y) - c^2$	⑤ $\dfrac{V(Y)}{400}$
⑥ $\dfrac{V(Y) - c^2}{400}$	⑦ $\dfrac{V(Y) + c^2}{400}$	

$\boxed{\text{シ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ 0.17	① 0.33	② 0.47
③ 0.68	④ 0.82	⑤ 0.97

（数学Ⅱ，数学B，数学C第 5 問は次ページに続く。）

(3) 花子さんがくじを3回引いたところ，**得点**の合計は1000点であった。くじを3回引いて**得点**の合計が1000点となる確率は $\boxed{\text{ス}}$ である。また，くじを3回引いて**得点**の合計が1000点以上となる確率は0.0036より小さい。このことから，太郎さんは「**くじの設定**どおりに行われておらず，(1)で求めた X の確率分布と異なるのではないか」と疑問をもった。

くじ引きを n 回繰り返すとき，各回の**得点**を表す確率変数を W_1，W_2，…，W_n とし，これらを母平均 m，母標準偏差 σ の母集団から無作為に抽出した大きさ n の無作為標本とみなす。太郎さんは，m に対する信頼度95 % の信頼区間を求めることにした。

くじを400回引いた結果，**得点**の平均は16.75点，標本の標準偏差は75点であった。一般に，標本の大きさが大きいときには，σ の代わりに，標本の標準偏差を用いてよいことが知られている。標本の大きさ400は十分に大きいので，母平均 m に対する信頼度95 % の信頼区間は $\boxed{\text{セ}}$ である。

以上から，母平均 m に対する信頼度95 % の信頼区間は，(1)の $E(X)$ を含んでいることが確認できた。

$\boxed{\text{ス}}$ の解答群

⓪ 0.0001	① 0.0003	② 0.0005
③ 0.0010	④ 0.0024	⑤ 0.0030

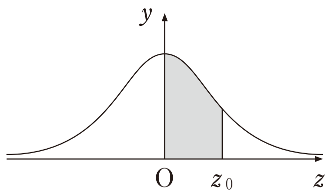
$\boxed{\text{セ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ $6.46 \leqq m \leqq 27.04$	① $9.34 \leqq m \leqq 30.66$
② $9.40 \leqq m \leqq 24.10$	③ $9.71 \leqq m \leqq 30.29$
④ $10.60 \leqq m \leqq 22.90$	⑤ $13.85 \leqq m \leqq 26.15$

（数学Ⅱ，数学B，数学C第5問は次ページに続く。）

正　規　分　布　表

次の表は，標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998

第6問 （選択問題）（配点　16）

Oを原点とする座標空間に，2点A(0，－3，1)，B(1，0，3)がある。Mを空間内の点とし，点Mを通り，直線OBと平行な直線をℓとする。直線OAと直線ℓが交わるかどうかを考えよう。

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$，$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$，$\overrightarrow{OM} = \vec{m}$とおく。

(1)　空間の2直線が交わることについて，ベクトルを用いて考えてみよう。

(i)　点Pが直線OA上にあるとき

$$\overrightarrow{OP} = s\vec{a}$$

を満たす実数sがある。

点Qが直線ℓ上にあるとき，$\overrightarrow{MQ} = t\vec{b}$を満たす実数$t$があり

$$\overrightarrow{OQ} = \boxed{\text{ア}}$$

となる。

したがって

$$s\vec{a} = \boxed{\text{ア}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を満たす実数s，tがあることは，直線OAと直線ℓが交わるための必要十分条件である。

$\boxed{\text{ア}}$の解答群

⓪ $\vec{b} + t\vec{m}$	① $\vec{b} - t\vec{m}$	② $-\vec{b} + t\vec{m}$
③ $\vec{m} + t\vec{b}$	④ $\vec{m} - t\vec{b}$	⑤ $-\vec{m} + t\vec{b}$

（数学Ⅱ，数学B，数学C第6問は次ページに続く。）

(ii) $\vec{m}=(2,3,5)$とする。① を満たす実数s, tがあると仮定すると，次が成り立つ。

$$(0,\ -3s,\ s)=\left(\boxed{\text{イ}},\ \boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

② の両辺のx成分とy成分がそれぞれ一致するので，$s=$ $\boxed{\text{オカ}}$，$t=$ $\boxed{\text{キク}}$ である。このとき ② の両辺のz成分も一致する。したがって，直線 OA と直線ℓは交わり，交点の座標は，$\left(\boxed{\text{ケ}},\ \boxed{\text{コ}},\ \boxed{\text{サシ}}\right)$ となる。

(iii) $\vec{m}=(2,3,-5)$とする。① を満たす実数s, tがあると仮定すると，次が成り立つ。

$$(0,\ -3s,\ s)=\left(\boxed{\text{イ}},\ \boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{ス}}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

③ の両辺のx成分とy成分がそれぞれ一致するので，$s=$ $\boxed{\text{オカ}}$，$t=$ $\boxed{\text{キク}}$ である。しかし，このとき ③ の両辺のz成分は一致しないので，③ が成り立つことに矛盾する。したがって，直線 OA と直線ℓは交わらない。

$\boxed{\text{イ}}$ ～ $\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{ス}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ 2	① 3	② 5
③ $2+t$	④ $2-t$	⑤ $5+3t$
⑥ $5-3t$	⑦ $-5+3t$	⑧ $-5-3t$

(数学Ⅱ，数学B，数学C第6問は次ページに続く。)

(2) 直線 OA と直線 ℓ が交わるための $\vec{m}$ の条件について考えよう。

$\vec{e}=(0,0,1)$ とする。M が空間内のどのような点であっても，$\vec{m}$ は，実数 α，β，γ を用いて

$$\vec{m}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{e} \quad \cdots\cdots\cdots ④$$

の形でただ一通りに表すことができる。

(i) $\vec{m}=(2,3,5)$ とする。(1)の(ii)より，$s=$ $\boxed{\text{オカ}}$，$t=$ $\boxed{\text{キク}}$ のとき s，t は①を満たす。したがって，④を満たす実数 α，β，γ は，$\alpha=$ $\boxed{\text{セソ}}$，$\beta=$ $\boxed{\text{タ}}$，$\gamma=$ $\boxed{\text{チ}}$ である。

(ii) $\vec{m}=(2,3,-5)$ とする。$\vec{m}=(2,3,5)-$ $\boxed{\text{ツテ}}$ $\vec{e}$ より，④を満たす実数 α，β，γ は，$\alpha=$ $\boxed{\text{セソ}}$，$\beta=$ $\boxed{\text{タ}}$，$\gamma=$ $\boxed{\text{トナニ}}$ である。

(iii) 直線 OA と直線 ℓ が交わるとき，①を満たす実数 s，t があるので，$\vec{m}=$ $\boxed{\text{ヌ}}$ $\vec{a}+$ $\boxed{\text{ネ}}$ $\vec{b}$ となる。したがって，$\vec{m}$ を④の形で表すとき，$\gamma=0$ である。

逆に，$\gamma=0$ であるとき，直線 OA と直線 ℓ が交わることが確かめられる。

以上のことから

実数 α，β を用いて $\vec{m}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}$ と表せる

ことは，直線 OA と直線 ℓ が交わるための必要十分条件である。

$\boxed{\text{ヌ}}$，$\boxed{\text{ネ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ s	① $(-s)$	② t	③ $(-t)$
④ $(s+t)$	⑤ $(s-t)$	⑥ $(-s+t)$	⑦ $(-s-t)$

（数学Ⅱ，数学B，数学C第6問は次ページに続く。）

⑶ $\vec{c}=(2,3,5)$, $\vec{d}=(2,3,-5)$とおく。⑴の(ii)と(iii)から，$\vec{m}=\vec{c}$のとき，直線OAと直線ℓは交わるが，$\vec{m}=\vec{d}$のときは，直線OAと直線ℓは交わらない。⑵を利用すると，次のことがわかる。

(Ⅰ) $\vec{m}=13\vec{c}$のとき，直線OAと直線ℓは $\boxed{\text{ノ}}$。

(Ⅱ) $\vec{m}=\vec{b}+9\vec{d}$のとき，直線OAと直線ℓは $\boxed{\text{ハ}}$。

(Ⅲ) $\vec{m}=8\vec{a}-11\vec{d}$のとき，直線OAと直線$\ell$は $\boxed{\text{ヒ}}$。

$\boxed{\text{ノ}}$ ～ $\boxed{\text{ヒ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ 交わる	① 交わらない

第7問 （選択問題）（配点　16）

(1) 複素数平面上で方程式

$$|z-1|+|z+1|=4 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を満たす点 z 全体がどのような図形かを考える。

(i) 方程式①は $\boxed{\text{ア}}$ が一定であることを表している。

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

⓪ 点 z と点 $1-i$ の距離

① 点 z と点 1 の距離と，点 z と点 -1 の距離の和

② 点 z と点 $1+i$ の距離と，点 z と点 $-1-i$ の距離の和

③ 点 z と点 $1-i$ の距離の 2 乗

④ 点 z と点 1 の距離の 2 乗と，点 z と点 -1 の距離の 2 乗の和

⑤ 点 z と点 $1+i$ の距離の 2 乗と，点 z と点 $-1-i$ の距離の 2 乗の和

(ii) x, y を実数とし，$z=x+yi$ とおくと，方程式①は

$$\sqrt{(x-1)^2+\boxed{\text{イ}}^2}=4-\sqrt{\boxed{\text{ウ}}^2+y^2}$$

と変形できる。

両辺を 2 乗して計算すると

$$\boxed{\text{エ}}=2\sqrt{\boxed{\text{ウ}}^2+y^2}$$

となる。

さらに両辺を 2 乗して計算すると

$$\boxed{\text{オ}}=1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

となる。

（数学Ⅱ，数学B，数学C第7問は次ページに続く。）

$\boxed{イ}$, $\boxed{ウ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $(x-1)$	① x	② $(x+1)$
③ $(y-1)$	④ y	⑤ $(y+1)$

$\boxed{エ}$ の解答群

⓪ $x+\dfrac{y}{2}+\dfrac{15}{4}$	① $x-\dfrac{y}{2}+\dfrac{15}{4}$	② $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{7}{2}$
③ $x+4$	④ $-x-4$	⑤ $\dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{2}+\dfrac{7}{2}$
⑥ $\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{2}-\dfrac{7}{2}$	⑦ $-\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{2}+\dfrac{7}{2}$	

$\boxed{オ}$ の解答群

⓪ $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{4}$	① $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}$
② $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{4}$	③ $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{3}$
④ $\dfrac{1}{4}\{(x-1)^2+(x+1)^2+2y^2\}$	
⑤ $\dfrac{1}{16}\{(x-1)^2+(x+1)^2+2y^2\}$	

（数学Ⅱ，数学B，数学C第7問は次ページに続く。）

(iii)　(i), (ii)から，複素数平面上で方程式①を満たす点z全体は，複素数平面上における $\boxed{\text{カ}}$ である。

ただし，複素数平面上で方程式①を満たす点$z = x + yi$全体は，座標平面上で方程式②を満たす点$(x,\ y)$全体と同じ図形であることに注意する。

$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

⓪　点$1 - i$を中心とする半径4の円
①　点$-1 + i$を中心とする半径4の円
②　2点1，-1を焦点とし，長軸の長さが4の楕円
③　2点i，$-i$を焦点とし，長軸の長さが4の楕円
④　2点1，-1を焦点とし，長軸の長さが8の楕円
⑤　2点i，$-i$を焦点とし，長軸の長さが8の楕円
⑥　2点$\sqrt{7}$，$-\sqrt{7}$を焦点とし，2点$\sqrt{3}$，$-\sqrt{3}$が頂点の双曲線
⑦　2点$\sqrt{7}\,i$，$-\sqrt{7}\,i$を焦点とし，2点$\sqrt{3}\,i$，$-\sqrt{3}\,i$が頂点の双曲線
⑧　2点$\sqrt{7}$，$-\sqrt{7}$を焦点とし，2点2，-2が頂点の双曲線
⑨　2点$\sqrt{7}\,i$，$-\sqrt{7}\,i$を焦点とし，2点$2i$，$-2i$が頂点の双曲線

(2)　点zを複素数平面上における $\boxed{\text{カ}}$ 上の点であるとし，点wは，点zを原点を中心に$\dfrac{\pi}{4}$だけ回転した点とする。このとき，点wが満たす方程式を求めたい。

点wと点zは，関係式 $\boxed{\text{キ}}$ を満たす。また，点zは複素数平面上で方程式①を満たす。したがって，点wは方程式

$$\boxed{\text{ク}} = 4$$

を満たす。

(数学Ⅱ，数学B，数学C第7問は次ページに続く。)

$\boxed{キ}$ の解答群

⓪ $z = \dfrac{\pi}{4} + w$

① $w = \dfrac{\pi}{4} + z$

② $z = \dfrac{\pi}{4} w$

③ $w = \dfrac{\pi}{4} z$

④ $z = \cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4} + w$

⑤ $w = \cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4} + z$

⑥ $z = \left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)w$

⑦ $w = \left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)z$

$\boxed{ク}$ の解答群

⓪ $\left|w - \left(1 - \dfrac{\pi}{4}\right)\right| + \left|w + \left(1 + \dfrac{\pi}{4}\right)\right|$

① $\left|w - \left(1 + \dfrac{\pi}{4}\right)\right| + \left|w + \left(1 - \dfrac{\pi}{4}\right)\right|$

② $\left|w - \left(1 - \dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}i\right)\right| + \left|w + \left(1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}i\right)\right|$

③ $\left|w - \left(1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}i\right)\right| + \left|w + \left(1 - \dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}i\right)\right|$

④ $\left|w - \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}i\right)\right| + \left|w + \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}i\right)\right|$

⑤ $\left|w - \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}i\right)\right| + \left|w + \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}i\right)\right|$

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C第７問は次ページに続く。)

(3) 点 z を複素数平面上における $\boxed{\text{カ}}$ 上の点であるとし，点 α は，点 z を原点を中心に一定の角 θ だけ回転した点とする。このとき，次の⓪～⑤のうち，θ を適切に定めることにより，点 α が満たす方程式となるのは $\boxed{\text{ケ}}$ である。

$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群

⓪ $|\alpha - 1| + |\alpha + 1| = 6$

① $|\alpha - 1| + |\alpha - 3| = 4$

② $\left|\alpha - \dfrac{1}{2}\right| + \left|\alpha + \dfrac{1}{2}\right| = 4$

③ $|\alpha - (1 + \sqrt{3}\,i)| + |\alpha + (1 - \sqrt{3}\,i)| = 4$

④ $|\alpha - \sqrt{2}| + |\alpha - \sqrt{2}\,i| = 4$

⑤ $|\alpha - i| + |\alpha + i| = 4$