

「新教育課程履修者」は、選択できません。

旧数学 I ・ 旧数学 A

問 題	選 択 方 法
第 1 問	必 答
第 2 問	必 答
第 3 問	いずれか 2 問を選択し、 解答しなさい。
第 4 問	
第 5 問	

第 1 問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 a を定数とし、連立不等式

$$\begin{cases} x + \sqrt{3} a + 1 \geq 3x \\ x + a \geq 1 \end{cases}$$

を考える。なお、 $\sqrt{3} = 1.732\cdots$ である。この連立不等式を満たす実数 x 全体の集合を A とする。

(1) $a = 2$ のとき、次のことが成り立つ。

- 3 は A の 。
- 2 は A の .

,

 の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① 要素である

② 要素でない

(旧数学 I ・旧数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

(2)

(i) 集合 A の要素がただ一つとなるのは

$$a = \boxed{\text{ウ}} - \sqrt{3}$$

のときである。このとき、 $A = \{\sqrt{3} - \boxed{\text{エ}}\}$ である。

(ii) $a > \boxed{\text{ウ}} - \sqrt{3}$ のとき、 $A = \{x \mid \boxed{\text{オ}}\}$ である。

また、整数全体の集合を B とおいたとき、 $A \cap B = \{1\}$ となるような a の値の範囲を、不等号を用いて表すと

$$\frac{\sqrt{3}}{\boxed{\text{カ}}} \boxed{\text{キ}} a \boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}}$$

となる。

$\boxed{\text{オ}}$ の解答群

- | | |
|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| ① $1 - a \leq x \leq \frac{\sqrt{3}a + 1}{4}$ | ⑤ $\frac{\sqrt{3}a + 1}{4} \leq x \leq 1 - a$ |
| ② $\frac{\sqrt{3}a + 1}{2} \leq x \leq 1 + a$ | ⑥ $\frac{\sqrt{3}a + 1}{4} \leq x \leq 1 + a$ |
| ③ $1 - a \leq x \leq \frac{\sqrt{3}a + 1}{2}$ | ⑦ $\frac{\sqrt{3}a + 1}{2} \leq x \leq 1 - a$ |

$\boxed{\text{キ}}$, $\boxed{\text{ク}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | |
|-----|-----|
| ⑧ < | ⑨ ≧ |
|-----|-----|

(旧数学 I ・旧数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

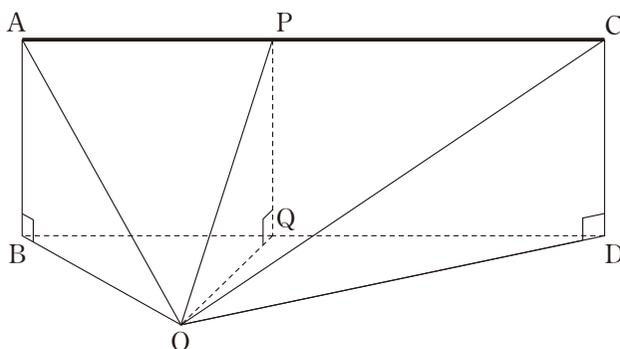
旧数学 I ・旧数学 A

〔2〕 以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて 74 ページの三角比の表と，75 ページの平方根の表を用いてもよい。

水平な地面の上空を飛行機 P が飛んでおり，太郎さんはその地面上の点 O から飛行機 P を見ている。以下では，目の高さや飛行機 P の大きさは無視して考える。飛行機 P から地面に下ろした垂線と地面との交点を Q とするとき， $\angle POQ$ を飛行機 P を見上げる角といい，線分 PQ の長さを飛行機 P の高さという。飛行機 P は，高さや速さを一定に保ちながらまっすぐに飛んでいるものとする。

ある時刻に，飛行機 P を見上げる角が 45° であったとし，そのときの飛行機 P の位置を A，点 A から地面に下ろした垂線と地面との交点を B とする。また，その 140 秒後に，飛行機 P を見上げる角が 30° であったとし，そのときの飛行機 P の位置を C，点 C から地面に下ろした垂線と地面との交点を D とする。さらに， $\angle BOD = 150^\circ$ であったとする。

飛行機 P が点 A から点 C まで線分 AC 上を飛ぶ間における，飛行機 P を見上げる角 $\angle POQ$ の大きさについて考察しよう。



参考図

(旧数学 I ・旧数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

(1) 飛行機 P の高さを h とする。

(i) $\angle POQ$ は

$$\tan \angle POQ = \boxed{\text{コ}}$$

を満たす。また、 $AB = CD = h$ より

$$OB = h, \quad OD = \sqrt{\boxed{\text{サ}}} h, \quad BD = \sqrt{\boxed{\text{シ}}} h$$

および

$$\cos \angle OBD = \frac{\boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$$

である。

$\boxed{\text{コ}}$ の解答群

① $OP \cdot h$	② $OQ \cdot h$	③ $\frac{1}{OP \cdot h}$	④ $\frac{1}{OQ \cdot h}$
⑤ $\frac{OP}{h}$	⑥ $\frac{OQ}{h}$	⑦ $\frac{h}{OP}$	⑧ $\frac{h}{OQ}$

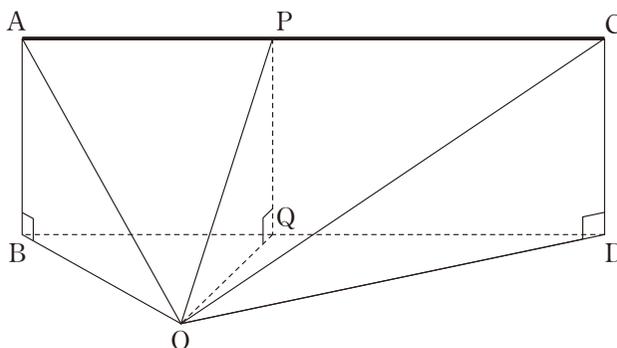
(旧数学 I ・旧数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

(ii) 飛行機 P が点 A を通過してから 70 秒後の位置にあるとき

$$OQ = \frac{h}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。また、このときの $\angle POQ$ の大きさは $\boxed{\text{ツ}}$ である。



参考図(再掲)

$\boxed{\text{ツ}}$ の解答群

- | | |
|-----------------|-----------------|
| ① 40° 以上 45° 未満 | ⑤ 45° 以上 50° 未満 |
| ② 50° 以上 55° 未満 | ⑥ 55° 以上 60° 未満 |
| ③ 60° 以上 65° 未満 | ⑦ 65° 以上 70° 未満 |
| ④ 70° 以上 75° 未満 | ⑧ 75° 以上 80° 未満 |
| ⑤ 80° 以上 85° 未満 | ⑨ 85° 以上 90° 未満 |

(旧数学 I ・旧数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

(2) 太郎さんは、飛行機 P が点 A を通過してから何秒後に $\angle POQ$ の大きさが最大になるかを、 $\angle POQ$ の大きさと線分 OQ の長さの関係に着目して考えている。

$\angle POQ$ の大きさが最大になるのは、点 Q が のときであり、飛行機 P が点 A を通過してから 秒後である。また、このときの $\angle POQ$ の大きさは である。

の解答群

- ① 線分 BD の中点
- ② $\angle BOD$ の二等分線と線分 BD との交点
- ③ 点 O から線分 BD に下ろした垂線と線分 BD との交点

の解答群

- | | |
|-----------------|-----------------|
| ① 40° 以上 45° 未満 | ⑤ 45° 以上 50° 未満 |
| ② 50° 以上 55° 未満 | ⑥ 55° 以上 60° 未満 |
| ③ 60° 以上 65° 未満 | ⑦ 65° 以上 70° 未満 |
| ④ 70° 以上 75° 未満 | ⑧ 75° 以上 80° 未満 |
| ⑤ 80° 以上 85° 未満 | ⑨ 85° 以上 90° 未満 |

(旧数学 I ・旧数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

三角比の表

角	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)	角	正弦 (sin)	余弦 (cos)	正接 (tan)
0°	0.0000	1.0000	0.0000	45°	0.7071	0.7071	1.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175	46°	0.7193	0.6947	1.0355
2°	0.0349	0.9994	0.0349	47°	0.7314	0.6820	1.0724
3°	0.0523	0.9986	0.0524	48°	0.7431	0.6691	1.1106
4°	0.0698	0.9976	0.0699	49°	0.7547	0.6561	1.1504
5°	0.0872	0.9962	0.0875	50°	0.7660	0.6428	1.1918
6°	0.1045	0.9945	0.1051	51°	0.7771	0.6293	1.2349
7°	0.1219	0.9925	0.1228	52°	0.7880	0.6157	1.2799
8°	0.1392	0.9903	0.1405	53°	0.7986	0.6018	1.3270
9°	0.1564	0.9877	0.1584	54°	0.8090	0.5878	1.3764
10°	0.1736	0.9848	0.1763	55°	0.8192	0.5736	1.4281
11°	0.1908	0.9816	0.1944	56°	0.8290	0.5592	1.4826
12°	0.2079	0.9781	0.2126	57°	0.8387	0.5446	1.5399
13°	0.2250	0.9744	0.2309	58°	0.8480	0.5299	1.6003
14°	0.2419	0.9703	0.2493	59°	0.8572	0.5150	1.6643
15°	0.2588	0.9659	0.2679	60°	0.8660	0.5000	1.7321
16°	0.2756	0.9613	0.2867	61°	0.8746	0.4848	1.8040
17°	0.2924	0.9563	0.3057	62°	0.8829	0.4695	1.8807
18°	0.3090	0.9511	0.3249	63°	0.8910	0.4540	1.9626
19°	0.3256	0.9455	0.3443	64°	0.8988	0.4384	2.0503
20°	0.3420	0.9397	0.3640	65°	0.9063	0.4226	2.1445
21°	0.3584	0.9336	0.3839	66°	0.9135	0.4067	2.2460
22°	0.3746	0.9272	0.4040	67°	0.9205	0.3907	2.3559
23°	0.3907	0.9205	0.4245	68°	0.9272	0.3746	2.4751
24°	0.4067	0.9135	0.4452	69°	0.9336	0.3584	2.6051
25°	0.4226	0.9063	0.4663	70°	0.9397	0.3420	2.7475
26°	0.4384	0.8988	0.4877	71°	0.9455	0.3256	2.9042
27°	0.4540	0.8910	0.5095	72°	0.9511	0.3090	3.0777
28°	0.4695	0.8829	0.5317	73°	0.9563	0.2924	3.2709
29°	0.4848	0.8746	0.5543	74°	0.9613	0.2756	3.4874
30°	0.5000	0.8660	0.5774	75°	0.9659	0.2588	3.7321
31°	0.5150	0.8572	0.6009	76°	0.9703	0.2419	4.0108
32°	0.5299	0.8480	0.6249	77°	0.9744	0.2250	4.3315
33°	0.5446	0.8387	0.6494	78°	0.9781	0.2079	4.7046
34°	0.5592	0.8290	0.6745	79°	0.9816	0.1908	5.1446
35°	0.5736	0.8192	0.7002	80°	0.9848	0.1736	5.6713
36°	0.5878	0.8090	0.7265	81°	0.9877	0.1564	6.3138
37°	0.6018	0.7986	0.7536	82°	0.9903	0.1392	7.1154
38°	0.6157	0.7880	0.7813	83°	0.9925	0.1219	8.1443
39°	0.6293	0.7771	0.8098	84°	0.9945	0.1045	9.5144
40°	0.6428	0.7660	0.8391	85°	0.9962	0.0872	11.4301
41°	0.6561	0.7547	0.8693	86°	0.9976	0.0698	14.3007
42°	0.6691	0.7431	0.9004	87°	0.9986	0.0523	19.0811
43°	0.6820	0.7314	0.9325	88°	0.9994	0.0349	28.6363
44°	0.6947	0.7193	0.9657	89°	0.9998	0.0175	57.2900
45°	0.7071	0.7071	1.0000	90°	1.0000	0.0000	—

(旧数学 I ・旧数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

平方根の表

n	\sqrt{n}	n	\sqrt{n}
1	1.0000	26	5.0990
2	1.4142	27	5.1962
3	1.7321	28	5.2915
4	2.0000	29	5.3852
5	2.2361	30	5.4772
6	2.4495	31	5.5678
7	2.6458	32	5.6569
8	2.8284	33	5.7446
9	3.0000	34	5.8310
10	3.1623	35	5.9161
11	3.3166	36	6.0000
12	3.4641	37	6.0828
13	3.6056	38	6.1644
14	3.7417	39	6.2450
15	3.8730	40	6.3246
16	4.0000	41	6.4031
17	4.1231	42	6.4807
18	4.2426	43	6.5574
19	4.3589	44	6.6332
20	4.4721	45	6.7082
21	4.5826	46	6.7823
22	4.6904	47	6.8557
23	4.7958	48	6.9282
24	4.8990	49	7.0000
25	5.0000	50	7.0711

旧数学 I ・旧数学 A

第 2 問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 花子さんと太郎さんは、コンピュータを使って、関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフを表示させている。

(1) 花子さんが a, b, c の値を $a = 2, b = -7, c = 7$ と定めると、グラフとして放物線が表示された。この放物線の頂点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \right)$$

である。

(旧数学 I ・旧数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

- (2) 花子さんと太郎さんは、 $a = 2$ 、 $b = -7$ 、 $c = 7$ と定めたとき、関数 $y = 2x^2 - 7x + 7$ のグラフが、点 P(1, 2) と点 Q(3, 4) を通ることに気づいて、コンピュータの画面を見ながら、次のように話している。

花子：このグラフは2点 P(1, 2), Q(3, 4) を通っているね。

太郎： a の値を変えるとグラフはどうなるのかな。

花子： a の値だけを変えたら、P, Q を通らなくなったよ。P, Q を通るようにするには、 a の値に応じて b と c の値をどう変えたらよいのかな。

0 でない実数 a に対して

$$b = \boxed{\text{オ}} - \boxed{\text{カ}} a$$

$$c = \boxed{\text{キ}} + \boxed{\text{ク}} a$$

とすれば、関数

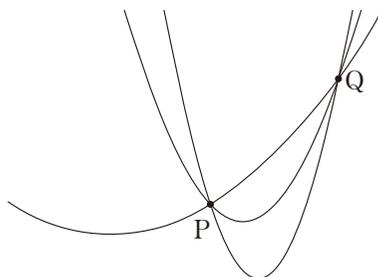
$$y = ax^2 + \left(\boxed{\text{オ}} - \boxed{\text{カ}} a \right) x + \boxed{\text{キ}} + \boxed{\text{ク}} a \cdots \text{①}$$

のグラフは2点 P と Q を通る。

(旧数学 I ・旧数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

- (3) 太郎さんと花子さんは、 a の値を 0 より大きい範囲で変えながら、関数 ① のグラフを表示させて、頂点の y 座標について考えている。



参考図

太郎： a の値を 0 より大きい範囲で変えながら、関数 ① のグラフの頂点を考えてみようよ。

花子：グラフの頂点の y 座標が最大になるような関数はどのようなものなのかな。

太郎：グラフの頂点の座標を a の式で表して考えるのは、私たちには難しそうだね。別のやり方はないかな。

花子：グラフを表示してみたら、2 点 $P(1, 2)$ 、 $Q(3, 4)$ とグラフの頂点との関係がわかるね。

太郎：どの a に対しても、関数 ① のグラフは必ず P と Q を通るね。

花子：しかも a が正の実数だから、関数 ① のグラフは下に凸で、頂点はグラフの一番下になるね。

太郎：そう考えると、頂点の y 座標が最大になるようなグラフが予想できるね。

グラフの頂点の y 座標の最大値は ケ であり、頂点の y 座標が最大になる

なる a の値は $\frac{\text{コ}}{\text{サ}}$ である。

(旧数学 I ・旧数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

(4) 次に、花子さんと太郎さんは、 a の値を 0 より小さい範囲で変えながら、関数 ① のグラフを表示させている。このとき、次の (A), (B), (C) のうちで、起こり得るものは 。

- (A) 関数のグラフが点 $(0, 3)$ を通る。
- (B) 関数のグラフと x 軸の負の部分が交わる。
- (C) 関数のグラフの頂点の x 座標が 2 以下である。

の解答群

- ① ない
- ② (A) だけである
- ③ (B) だけである
- ④ (C) だけである
- ⑤ (A) と (B) だけである
- ⑥ (A) と (C) だけである
- ⑦ (B) と (C) だけである
- ⑧ (A) と (B) と (C) のすべてである

(旧数学 I ・旧数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

〔2〕 太郎さんと花子さんは、令和4年度の全国体力・運動能力、運動習慣等調査(47都道府県ごと)の結果を用いて、小学校第5学年の男子児童と中学校第2学年の男子生徒について、「運動(体を動かす遊びを含む)やスポーツをすることは好きですか」という質問に対して、好きと回答した児童・生徒の割合(以下、スポーツ好き)と「反復横とびの点数の平均値」(以下、反復横とび)の関係を調べることにした。

なお、以下の図については、スポーツ庁の Web ページをもとに作成している。

(1) 太郎さんは、スポーツ好きと反復横とびについて、小学校第5学年と中学校第2学年を合わせて図1のような散布図を作成した。

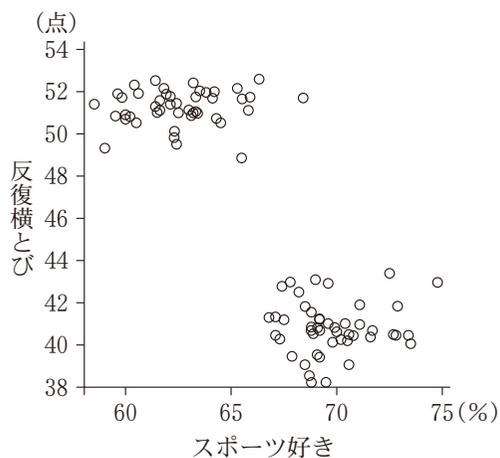


図1 スポーツ好きと反復横とびの散布図

(旧数学 I ・旧数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

太郎さんと花子さんは、図 1 について話している。

太郎：図 1 の点全体の散らばりの様子を見ると負の相関があるように思えるけど、一つの集団に見えないね。

花子：仮に、全体のデータで相関係数を計算したらどうなるかな。

図 1 におけるスポーツ好きと反復横とびの相関係数は -0.85 であった。図 1 の点全体の散らばりの様子から、小学校第 5 学年と中学校第 2 学年を合わせた全体について、スポーツ好きと反復横とびの間に負の相関があるとしたとき、次のことがいえる。

小学校第 5 学年と中学校第 2 学年を合わせた全体について、スポーツ好きが増えると、反復横とびは 。

については、最も適当なものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

- ① 増える傾向がみられる
- ② 減る傾向がみられる
- ③ 増える傾向も減る傾向もみられない

(旧数学 I ・旧数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

(2) 太郎さんと花子さんは、(1)を振り返りながら話している。

太郎：図 1 では二つの集団に見えるから、小学校第 5 学年と中学校第 2 学年は別々にして考えた方がいいよね。

花子：それぞれの散布図を作成して、相関係数も調べてみよう。

図 2 は小学校第 5 学年について、図 3 は中学校第 2 学年について、スポーツ好きと反復横とびの散布図を作成したものである。

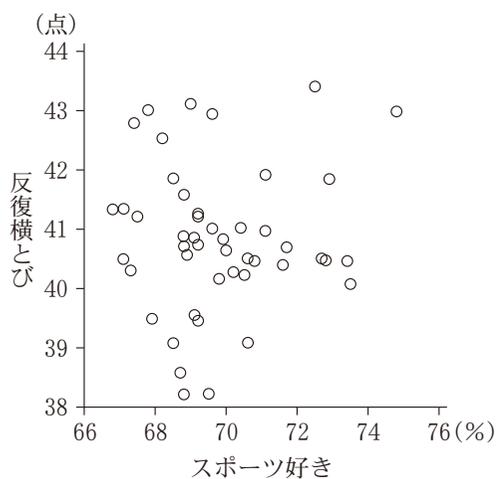


図 2 スポーツ好きと反復横とびの
散布図(小学校第 5 学年)

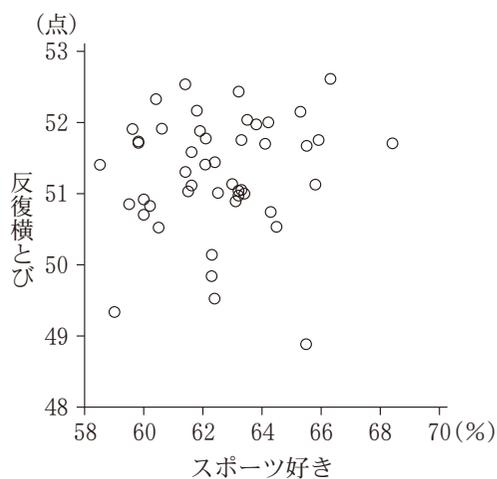


図 3 スポーツ好きと反復横とびの
散布図(中学校第 2 学年)

(旧数学 I ・旧数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

図 2 におけるスポーツ好きと反復横とびの相関係数は 0.07 であった。
図 3 におけるスポーツ好きと反復横とびの相関係数はおよそ である。

については、最も適当なものを、次の①～④のうちから一つ選べ。

- | | | | | | | | | | |
|---|-------|---|-------|---|-----|---|-----|---|-----|
| ① | - 0.9 | ② | - 0.7 | ③ | 0.1 | ④ | 0.7 | ⑤ | 0.9 |
|---|-------|---|-------|---|-----|---|-----|---|-----|

(旧数学 I ・旧数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

- (3) 太郎さんと花子さんは、散布図においていくつかの集団があるときの全体の相関係数について関心をもち、簡単な例で考えることにした。

変数 x, y の値の組

$$(-1, 1), (1, -1)$$

を考える。このとき、相関係数は -1 となる。

この二つの値の組に、 $(-2, 0)$, $(0, -2)$ と $(0, 2)$, $(2, 0)$ を加えた、合計六つの値の組を、データ W と呼ぶことにする。また、データ W の x, y の平均値をそれぞれ \bar{x}, \bar{y} 、分散をそれぞれ s_x^2, s_y^2 、共分散を s_{xy} とする。

データ W の x と y の相関係数を r_{xy} とし、この r_{xy} について考えよう。なお、必要に応じて、次に示す表 1 の計算表を用いて考えてもよい。

表 1 計算表

x	y	$x - \bar{x}$	$y - \bar{y}$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$
-1	1			
1	-1			
-2	0			
0	-2			
0	2			
2	0			

(旧数学 I ・旧数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

(i) $\bar{x} = \boxed{\text{ソ}}$, $s_x^2 = \boxed{\text{タ}}$, $s_{xy} = \boxed{\text{チ}}$ である。

$\boxed{\text{ソ}}$ の解答群

①	0	②	1	③	2	④	3	⑤	$\frac{1}{2}$
⑥	$\frac{4}{3}$	⑦	$\frac{3}{2}$	⑧	$\frac{5}{3}$	⑨	$\frac{11}{6}$	⑩	$\frac{5}{2}$

$\boxed{\text{タ}}$ の解答群

①	$\frac{7}{6}$	②	1	③	2	④	3	⑤	$\frac{4}{3}$
⑥	5	⑦	$\frac{3}{2}$	⑧	$\frac{5}{3}$	⑨	$\frac{11}{6}$	⑩	10

$\boxed{\text{チ}}$ の解答群

①	0	②	1	③	$-\frac{3}{2}$	④	-1	⑤	$-\frac{1}{2}$
⑥	$-\frac{1}{3}$	⑦	$\frac{1}{3}$	⑧	$\frac{1}{2}$	⑨	$\frac{3}{2}$		

(ii) $s_x^2 = s_y^2$ であることに着目すると, $r_{xy} = \boxed{\text{ツ}}$ となることがわかる。

$\boxed{\text{ツ}}$ の解答群

①	0	②	$-\frac{2}{3}$	③	$-\frac{1}{2}$	④	$-\frac{1}{5}$	⑤	$-\frac{1}{6}$
⑥	$\frac{1}{6}$	⑦	$\frac{1}{5}$	⑧	$\frac{1}{2}$	⑨	$\frac{2}{3}$		

(旧数学 I ・旧数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

(4) a を正の数とする。変数 x, y の二つの値の組 $(-1, 1), (1, -1)$ に

$$(-1 - a, 1 - a), (1 - a, -1 - a),$$

$$(-1 + a, 1 + a), (1 + a, -1 + a)$$

を加えた、合計六つの値の組を、データ W と呼ぶことにする。

相関係数が正であるための必要十分条件は、共分散が正であることである。したがって、データ W の x と y の相関係数が正であるための必要十分条件は

$$a > \frac{\sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。

第 3 問 (選択問題) (配点 20)

箱の中に、1 から 6 までの自然数が入らず書かれた 6 枚のカードが入っている。ただし、異なるカードには異なる自然数が書かれている。

次の試行 A と試行 B を考える。

試行 A

箱の中から 2 枚のカードを同時に取り出し、書かれている自然数を確認してからもとに戻す。

試行 B

箱の中から 1 枚のカードを取り出し、書かれている自然数を確認してからもとに戻す。

カードを 2 枚取り出す方法は、試行 A を 1 回行うことと、試行 B を 2 回行うことの二つあり、この二つの場合について、花子さんと太郎さんは話をしている。

花子：二人が別々に、試行 A を 1 回ずつ行う場合を考えてみよう。

太郎：例えば、花子さんが取り出したカードに自然数 1, 2 が書かれていて、私が取り出したカードに自然数 2, 3 が書かれていたら、二人が 1 個の共通の自然数 2 を取り出したことになるね。

花子：一般に、二人が取り出す共通の自然数が何個であるときが最も起こりやすいのかな。

太郎：試行 B を 2 回行う場合と比べてみるとどうなるのかな。

(旧数学 I ・旧数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

(1) 花子さんと太郎さんが別々に、**試行 A** を 1 回ずつ行う場合を考える。

(i) 花子さんが**試行 A** を 1 回行う場合、2 枚のカードの取り出し方は

アイ

 通りある。

(ii) 花子さんが取り出した 2 枚のカードに書かれた自然数だけを要素にもつ集合を E とし、太郎さんが取り出した 2 枚のカードに書かれた自然数だけを要素にもつ集合を F とする。

例えば、花子さんが取り出した 2 枚のカードに書かれた自然数が 5 と 6 であるとき、 $E = \{5, 6\}$ である。

以下、集合 $E \cap F$ の要素がないという事象を A_0 とし、集合 $E \cap F$ の要素の個数が 1 個、2 個であるという事象をそれぞれ A_1 、 A_2 とする。

事象 A_2 が起こる確率 $P(A_2)$ は

ウ
エオ

 である。また、事象 A_0 が起こる確

率 $P(A_0)$ は

カ
キ

 である。

(旧数学 I ・旧数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

- (2) 花子さんと太郎さんが別々に、**試行 B** を 2 回ずつ行う場合を考える。

花子さんが取り出した 2 枚のカードに書かれた自然数だけを要素にもつ集合を G とし、太郎さんが取り出した 2 枚のカードに書かれた自然数だけを要素にもつ集合を H とする。

例えば、花子さんが取り出した 2 枚のカードに書かれた自然数がどちらも 6 であるとき、 $G = \{6\}$ である。

以下、集合 $G \cap H$ の要素がないという事象を B_0 とし、集合 $G \cap H$ の要素の個数が 1 個、2 個であるという事象をそれぞれ B_1 、 B_2 とする。

- (i) 事象 B_2 が起こる確率 $P(B_2)$ は $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコサ}}}$ である。

- (ii) 花子さんと太郎さんは、事象 B_0 が起こる確率 $P(B_0)$ の求め方について考えている。

花子：事象 B_0 を、私が 2 回とも同じ自然数が書かれたカードを取り出す場合とそうでない場合に分けて考えたらどうかな。

太郎：その二つの事象は決して同時に起こらないね。

花子さんが 2 回とも同じ自然数が書かれたカードを取り出し、かつ事象 B_0 が起こる確率は $\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{センタ}}}$ である。また、確率 $P(B_0)$ は $\frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ である。

(旧数学 I ・旧数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

(3) (1) で定めた事象 A_0, A_1, A_2 が起こる確率 $P(A_0), P(A_1), P(A_2)$ のうち、最大のもは である。

また、(2) で定めた事象 B_0, B_1, B_2 が起こる確率 $P(B_0), P(B_1), P(B_2)$ のうち、最大のもは である。

の解答群

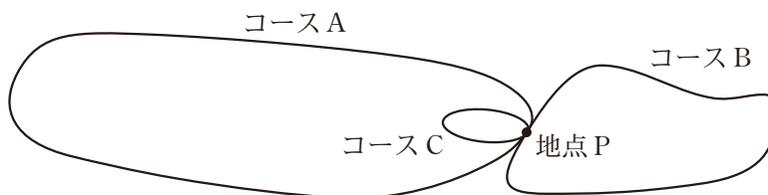
- | | | |
|------------|------------|------------|
| ① $P(A_0)$ | ② $P(A_1)$ | ③ $P(A_2)$ |
|------------|------------|------------|

の解答群

- | | | |
|------------|------------|------------|
| ① $P(B_0)$ | ② $P(B_1)$ | ③ $P(B_2)$ |
|------------|------------|------------|

第 4 問 (選択問題) (配点 20)

ある公園には、1 周 609 m のコース A、1 周 348 m のコース B、1 周 100 m のコース C の三つのランニングコースがある。三つのコースは一方通行になっていて、地点 P のみでつながっている。



参考図

太郎さんのお兄さんは、これらのコースを使い、次の規則に従って走る練習をする。

規則

最初に、地点 P からコース A を何周か走って地点 P に戻る。次に、地点 P からコース B を何周か走って地点 P に戻る。最後に、地点 P からコース C を何周か走って地点 P に戻る。ただし、三つのコースのうち、使わないコースがあってもよい。

太郎さんと花子さんは、お兄さんが 42195 m と 10000 m を走るために、それぞれのコースを何周走ればよいかという練習計画を立てている。

(旧数学 I ・旧数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

- (1) 太郎さんは、コース A とコース B だけを使って 42195 m を走る練習計画のうち、それぞれのコースを 10 周以上走るものが全部で何通りあるかを考えている。

コース A を a 周、コース B を b 周走るとすると、 $x = a$ 、 $y = b$ は不定方程式

$$609x + 348y = 42195 \quad \dots\dots\dots ①$$

の整数解である。ユークリッドの互除法を用いると、609 と 348 の最大公約数は

アイ であることがわかる。① の両辺を アイ で割ると

$$\text{ウ}x + \text{エ}y = \text{オカキ} \quad \dots\dots\dots ②$$

を得る。ここで、② を解くために不定方程式

$$\text{ウ}X + \text{エ}Y = 1 \quad \dots\dots\dots ③$$

を考えると、③ の整数解のうち、 X が正の整数で最小になるのは

$$X = \text{ク}, \quad Y = \text{ケコ}$$

である。

(旧数学 I ・旧数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

このことを用いると、②の整数解のうち、 x が正の整数で最小になるのは

$$x = \boxed{\text{サ}}, \quad y = \boxed{\text{シスセ}}$$

である。また、②のすべての整数解は、 k を整数として

$$x = \boxed{\text{サ}} + \boxed{\text{ソ}}k, \quad y = \boxed{\text{シスセ}} - \boxed{\text{タ}}k$$

と表される。

以上の考察から、コース A とコース B だけを使って 42195 m を走る練習計画のうち、それぞれのコースを 10 周以上走るものは全部で $\boxed{\text{チツ}}$ 通りであることがわかる。

(旧数学 I ・旧数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

- (2) 花子さんは、コース A, B, C を使って 10000 m を走る練習計画のうち、コース A, B, C をそれぞれ 5 周以上走る練習計画を立てている。

太郎：三つのコースについて考えるのは、少し大変そうだね。

花子：コース A とコース B だけを走るときに考えた不定方程式をうまく利用できないかな。

R を整数として、(1) と同様に x, y についての不定方程式

$$609x + 348y = R \quad \dots\dots\dots \textcircled{4}$$

を考える。 $R = 42195$ のときには②や③の式を使って整数解を求めた。同じように考えると、 R が の倍数で とき、④の不定方程式を満たす整数 x, y を求めることができる。

このことから、コース A, B, C をそれぞれ 5 周以上走って 10000 m を走る練習計画では、コース C を 周走ることが最初にわかる。次に、コース A を 周、コース B を 周走ることがわかる。

の解答群

ある

ない

第 5 問 (選択問題) (配点 20)

$\triangle OAB$ の内心を I とし、 $\triangle OAB$ の内接円と辺 AB との接点を L とする。また、 $\triangle OAB$ の内接円と辺 OA 、 OB との接点を、それぞれ M 、 N とする。さらに、 $\angle AOB = 2\theta$ 、 $\angle OAB = 2\alpha$ 、 $\angle OBA = 2\beta$ とおく。

- (1) 点 I が $\triangle OAB$ の内心であることから、4 点 A 、 I 、 L 、ア は同一円周上にあることがわかる。

ア の解答群

① B

② M

③ N

④ O

(旧数学 I ・旧数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

- (2) 辺 OA と直線 BI との交点を X とする。このとき、辺 OA 上における 2 点 M, X の位置関係について考えよう。そのために、 $\angle OMI$ と $\angle OXI$ の大小関係を調べる。まず

$$\angle OMI = \boxed{\text{イウ}}^\circ$$

である。また、 $\triangle OBX$ に着目し、 $\theta + \alpha + \beta = 90^\circ$ であることに注意して、 $\angle OXI$ を β を用いずに表すと

$$\angle OXI = \boxed{\text{イウ}}^\circ + \boxed{\text{エ}} - \boxed{\text{オ}}$$

となる。

このことから、 $\boxed{\text{エ}} < \boxed{\text{オ}}$ のとき点 X は $\boxed{\text{カ}}$ ことがわかり、

$\boxed{\text{エ}} > \boxed{\text{オ}}$ のとき点 X は $\boxed{\text{キ}}$ ことがわかる。

$\boxed{\text{エ}}$, $\boxed{\text{オ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① θ

② α

③ 2θ

④ 2α

$\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{キ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① 点 M と一致する

② 点 M と異なり、線分 OM 上にある

③ 点 M と異なり、線分 AM 上にある

(旧数学 I ・旧数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

(3) 直線 MN と BI との交点を P とする。

- < とする。このとき直線 MN 上での 3 点 P, M, N の位置関係に注意すると, $\angle ONP =$, $\angle OBP =$ となるので $\angle MPI =$ となる。したがって, 4 点 I, M, P, は同一円周上にある。
- > とする。このとき $\angle MPI =$ となる。したがって, 4 点 I, M, P, は 。

~ , の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | |
|------------------------|------------------------|-----------------------|
| ① θ | ② α | ③ β |
| ④ $90^\circ - \theta$ | ⑤ $90^\circ - \alpha$ | ⑥ $90^\circ - \beta$ |
| ⑦ $180^\circ - \theta$ | ⑧ $180^\circ - \alpha$ | ⑨ $180^\circ - \beta$ |

の解答群

- | | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| ① A | ② B | ③ N | ④ O |
|-----|-----|-----|-----|

の解答群

- | | |
|------------|-------------|
| ① 同一円周上にある | ② 同一円周上にはない |
|------------|-------------|

(旧数学 I ・旧数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

旧数学 I ・旧数学 A

(4) 直線 MN と BI, AI との交点を, それぞれ P, Q とする。

$\theta = 32^\circ$, $\alpha = 34^\circ$ のとき, 4 点 M, N, P, Q は直線 MN 上に の順に並ぶ。

については, 最も適当なものを, 次の①~③のうちから一つ選べ。

① M, P, N, Q

④ M, P, Q, N

② P, M, N, Q

③ P, M, Q, N