

「新教育課程履修者」は、選択できません。

旧数学Ⅱ・旧数学B

問 題	選 択 方 法
第 1 問	必 答
第 2 問	必 答
第 3 問	必 答
第 4 問	必 答
第 5 問	いずれか 2 問を選択し、 解答しなさい。
第 6 問	
第 7 問	

第1問 (必答問題) (配点 15)

n を3以上の自然数とする。

(1) x^n を $x-2$ や $2x-1$ で割ったときの余りについて考えよう。

(i) x^n を $x-2$ で割ったときの商を $Q(x)$ ，余りを k とおく。 x^n を $Q(x)$ と k を用いて表すと

$$x^n = \boxed{\text{ア}} \cdots \cdots \text{①}$$

となる。①の両辺の x に2を代入すると、 $k = \boxed{\text{イ}}$ であることがわかる。

(ii) (i)と同様に考えると、 x^n を $2x-1$ で割ったときの余りは、 $\boxed{\text{ウ}}$ であることがわかる。

(旧数学Ⅱ・旧数学B第1問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

ア の解答群

① $kQ(x) + x - 2$

① $kQ(x) - (x - 2)$

② $k(x - 2) + Q(x)$

③ $k(x - 2) - Q(x)$

④ $(x - 2)Q(x) + k$

⑤ $(x - 2)Q(x) - k$

イ , ウ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① 0

① 1

② 2

③ -1

④ -2

⑤ 2^n

⑥ $(-1)^n$

⑦ -2^n

⑧ $\frac{1}{2^n}$

⑨ $-\frac{1}{2^n}$

(旧数学Ⅱ・旧数学B第1問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

(2) 次に、 x^n を $(x-2)^2$ や $(2x-1)^2$ で割ったときの余りについて考えよう。

(i) x^n を $(x-2)^2$ で割ったときの余りを $R(x)$ とおく。

太郎さんと花子さんは、 $R(x)$ の求め方について話している。

太郎：(1) と同じように考えても、余りをうまく求められないね。

花子： $X = x - 2$ とおいてみるのはどうだろう。

花子さんの提案する方法で、余りを求めてみよう。

$X = x - 2$ とおく。このとき

$$x^n = (X + 2)^n$$

である。 $(X + 2)^n$ を展開すると、 X の項の係数は エ，定数項は

オ となる。これら以外の項は X^2 で割り切れるので、 $(X + 2)^n$ は、ある多項式 $A(X)$ を用いて

$$(X + 2)^n = A(X) \cdot X^2 + \span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">エ\, X + \span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">オ$$

と表すことができる。このことから

$$R(x) = \span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">カ\, x + \span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">キ$$

であることがわかる。

(ii) (i) と同様に考えると、 x^n を $(2x-1)^2$ で割ったときの余りは、

$$\span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">ク\, x + \span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">ケ$$
 である。

(旧数学Ⅱ・旧数学B第1問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

エ ～ ケ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① 2^n

① $\frac{1}{2^n}$

② $n \cdot 2^n$

③ $(-n + 1) \cdot 2^n$

④ $n \cdot 2^{n-1}$

⑤ $(-n + 1) \cdot 2^{n-1}$

⑥ $\frac{n}{2^n}$

⑦ $\frac{-n + 1}{2^n}$

⑧ $\frac{n}{2^{n-1}}$

⑨ $\frac{-n + 1}{2^{n-1}}$

旧数学Ⅱ・旧数学B

第2問 (必答問題) (配点 15)

同一平面上にある二つの円を考える。二つの円がただ一つの共有点をもつとき、二つの円は接するという。二つの円が図1のように接するとき、二つの円は外接するといひ、図2のように接するとき、二つの円は内接するという。

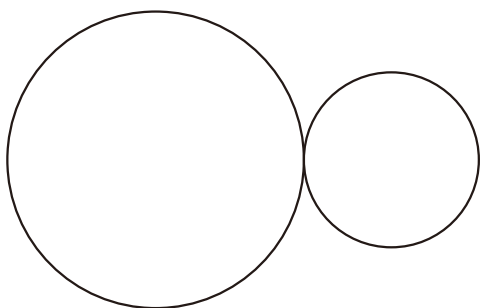


図1 外接

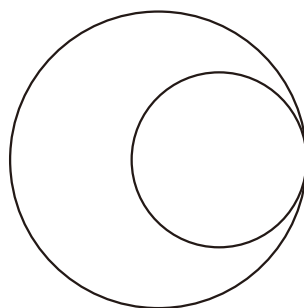


図2 内接

(旧数学Ⅱ・旧数学B第2問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

実数 s は $-2 < s < 2$ を満たし、実数 t は $t > 0$ を満たすとする。O を原点とする座標平面において、方程式

$$x^2 + y^2 = 4$$

が表す円を C_0 、方程式

$$x^2 - 2sx + y^2 - 2ty + s^2 = 0 \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{1}$$

が表す円を C とする。

- (1) C は、中心 $(\text{ア}, \text{イ})$ 、半径 ウ の円である。また、 C は s や t の値によらず エ と接している。

ア ～ ウ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | | | |
|--------|---------|---------|--------|--------|
| ① 0 | ② s^2 | ③ t^2 | ④ s | ⑤ $2s$ |
| ⑥ $4s$ | ⑦ t | ⑧ $2t$ | ⑨ $4t$ | |

エ の解答群

- | | |
|--------------|---------------|
| ① x 軸 | ② y 軸 |
| ③ 直線 $y = x$ | ④ 直線 $y = -x$ |

(旧数学Ⅱ・旧数学B第2問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

(2) C と C_0 が接する場合を考える。 C と C_0 が接したまま実数 s が $-2 < s < 2$ の範囲を動くとき、 C の中心が描く図形について考えよう。

(i) $-2 < s < 2$ に注意すると、 C_0 と C は オ していることがわかる。いま、 C_0 の半径を r_0 、 C の半径を r とし、 C_0 の中心と C の中心との間の距離 d を r_0 と r で表すと、 $d =$ 力 となる。したがって、 t を s で表すと、 $t =$ キ となる。

オ の解答群

① 外 接

② 内 接

力 の解答群

① $r + r_0$

② $r - r_0$

③ $r_0 - r$

④ $r \cdot r_0$

⑤ $\frac{r}{r_0}$

⑥ $\frac{r_0}{r}$

キ の解答群

① $\frac{4 + s^2}{4}$

② $\frac{4 - s^2}{4}$

③ $\frac{\sqrt{4 + s^2}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{4 - s^2}}{2}$

⑤ $\frac{(2 + s)^2}{4}$

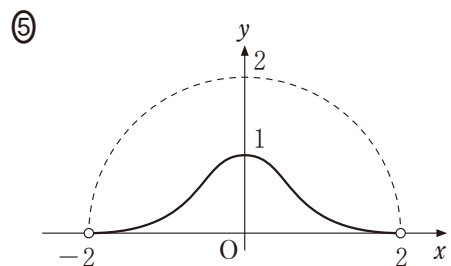
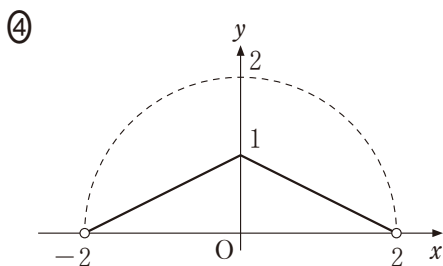
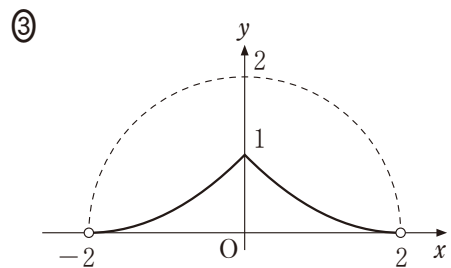
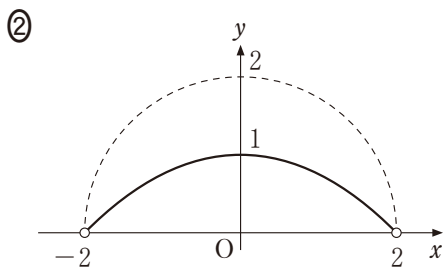
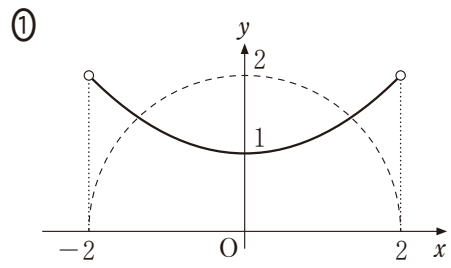
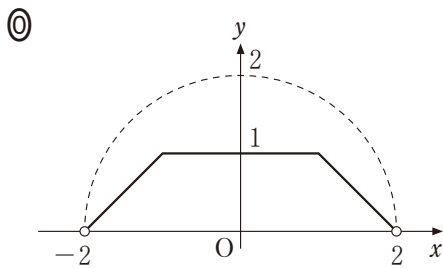
⑥ $\frac{(2 - s)^2}{4}$

(旧数学Ⅱ・旧数学B第2問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

(ii) C の中心が描く図形の概形を実線で表したものは ク である。

ク については、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。ただし、①～⑤では C_0 の $y > 0$ の部分をそれぞれ破線で表している。



(旧数学Ⅱ・旧数学B第2問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

- (3) 実数 k は $-2 < k < 2$ を満たすとする。① が表す円のうち、直線 $x = k$ と C_0 の両方に接する円は二つある。そのうち、中心が不等式 $x < k$ の表す領域にある円を C_1 、中心が不等式 $x > k$ の表す領域にある円を C_2 とする。

(1) と (2) の (ii) を考慮すると、 $k = \boxed{\text{ケ}}$ のとき C_1 の半径は最大値をとることがわかる。また、 $k = \boxed{\text{ケ}}$ のとき、 C_2 の中心の座標は

$$\left(\boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}} - \boxed{\text{シ}}, \boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セ}}} - \boxed{\text{ソ}} \right)$$

である。

旧数学Ⅱ・旧数学B

第3問 (必答問題) (配点 22)

- (1) 関数 $F(x) = \int_0^x t(t-2)dt$ について考える。

$$F'(x) = x^2 - \boxed{\text{ア}}x$$

である。

$x = \boxed{\text{イ}}$ のとき、 $F(x)$ は極大値 $\boxed{\text{ウ}}$ をとる。

$x = \boxed{\text{エ}}$ のとき、 $F(x)$ は極小値 $\frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ をとる。

- (2) $x \geq 0$ のとき、関数 $G(x) = \int_0^x |t(t-2)|dt$ のグラフの概形を考えよう。

- (i) $t(t-2) \leq 0$ を満たす t の値の範囲は $0 \leq t \leq 2$ であり、 $t(t-2) \geq 0$ を満たす t の値の範囲は $t \leq 0$ 、 $2 \leq t$ である。よって

$$0 \leq t \leq 2 \text{ のとき} \quad |t(t-2)| = \boxed{\text{ク}}$$

$$t \leq 0, \quad 2 \leq t \text{ のとき} \quad |t(t-2)| = \boxed{\text{ケ}}$$

である。

$\boxed{\text{ク}}$ ， $\boxed{\text{ケ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① $t(t-2)$

② $t(t+2)$

③ $-t(t-2)$

④ $-t(t+2)$

(旧数学Ⅱ・旧数学B第3問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

(ii) (i)により、 $G(x)$ を(1)の $F(x)$ を用いて表すと

$0 \leq x \leq 2$ のとき

$$G(x) = \int_0^x \boxed{\text{コ}} dt = \boxed{\text{サ}}$$

$2 \leq x$ のとき

$$G(x) = \int_0^2 \boxed{\text{コ}} dt + \int_2^x \boxed{\text{シ}} dt = \boxed{\text{ス}}$$

である。

$\boxed{\text{コ}}$ ， $\boxed{\text{シ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | |
|-----------------|-----------------|
| ① $t(t-2)$ | ① $t(t+2)$ |
| ② $\{-t(t-2)\}$ | ③ $\{-t(t+2)\}$ |

$\boxed{\text{サ}}$ ， $\boxed{\text{ス}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

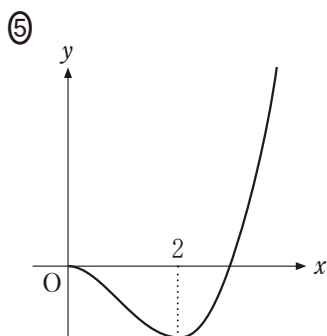
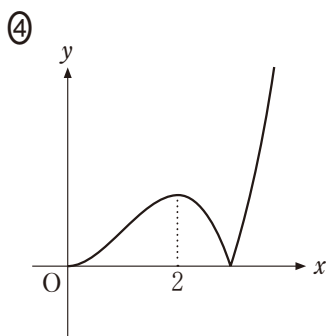
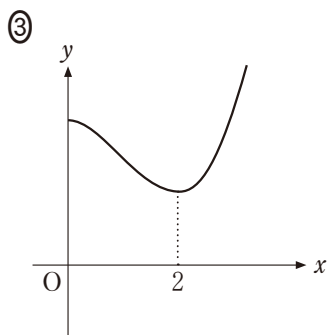
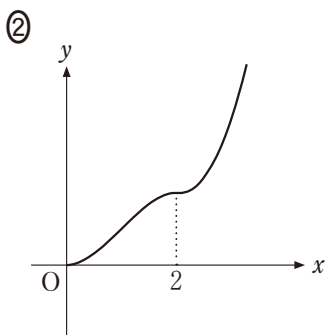
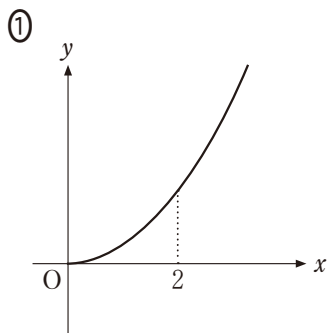
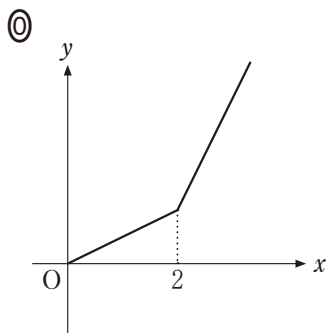
- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| ① $F(x) - \frac{8}{3}$ | ① $-F(x) - \frac{8}{3}$ | ② $F(x) + \frac{8}{3}$ |
| ③ $-F(x) + \frac{8}{3}$ | ④ $F(x) - \frac{4}{3}$ | ⑤ $-F(x) - \frac{4}{3}$ |
| ⑥ $F(x) + \frac{4}{3}$ | ⑦ $-F(x) + \frac{4}{3}$ | ⑧ $F(x)$ |
| ⑨ $-F(x)$ | | |

(旧数学Ⅱ・旧数学B第3問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

(iii) (ii)により，関数 $y = G(x)$ のグラフの概形は セ である。

セ については，最も適当なものを，次の①～⑤のうちから一つ選べ。



(旧数学Ⅱ・旧数学B第3問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

- (3) α, β は $\alpha < \beta$ を満たす定数とする。 $x \geq \alpha$ のとき、次の関数 $H(x)$ について考える。

$$H(x) = \int_{\alpha}^x |(t - \alpha)(t - \beta)| dt - \int_{\alpha}^x (t - \alpha)(t - \beta) dt$$

$H(x)$ の値が x の値によらず一定となるような x の値の範囲は ソ である。ソ における $H(x)$ の値は タ に等しい。

ソ の解答群

② $\alpha \leq x \leq \frac{\alpha + \beta}{2}$

① $\frac{3\alpha + \beta}{4} \leq x \leq \frac{\alpha + 3\beta}{4}$

② $\frac{\alpha + \beta}{2} \leq x \leq \beta$

③ $\beta \leq x$

タ の解答群

① 0

① 関数 $y = (x - \alpha)(x - \beta)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積

② 関数 $y = (x - \alpha)(x - \beta)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積の 2 倍

③ 関数 $y = (x - \alpha)(x - \beta)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積の $\frac{1}{2}$ 倍

④ 関数 $y = (x - \alpha)(x - \beta)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積の $-\frac{1}{2}$ 倍

⑤ 関数 $y = (x - \alpha)(x - \beta)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積の -1 倍

⑥ 関数 $y = (x - \alpha)(x - \beta)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積の -2 倍

第4問 (必答問題) (配点 16)

0 でない定数 T があって、関数 $f(x)$ がすべての実数 x について

$$f(x + T) = f(x) \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

を満たすとき、 $f(x)$ を周期関数と呼ぶ。 T が正の実数のとき、 $y = f(x)$ のグラフは図1のように、 T ごとに同じ形を繰り返す。

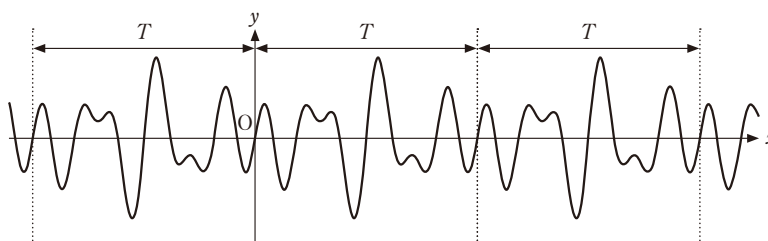


図1 周期関数の例

例えば、 $\sin x$ は周期関数であり、 $T = 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$ に対し、 $\sin(x + T) = \sin x$ が成り立っている。

以下では、すべての実数 x について①を満たす T のうち、正の実数で最小のものを、 $f(x)$ の周期と呼ぶ。例えば、 $\sin x$ の周期は 2π である。

(1) $y = \sin \frac{x}{2}$ のグラフについて考えよう。

すべての実数 x について、 $\sin \frac{x+T}{2} = \sin \frac{x}{2}$ を満たす T のうち、正の実数で最小のものは ア である。よって、 $\sin \frac{x}{2}$ の周期は ア であり、 $y = \sin \frac{x}{2}$ のグラフの概形は イ である。

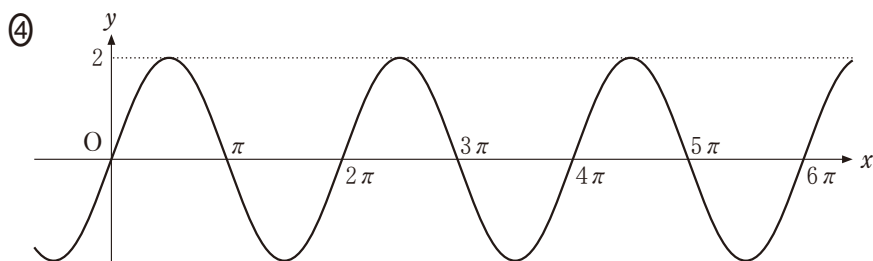
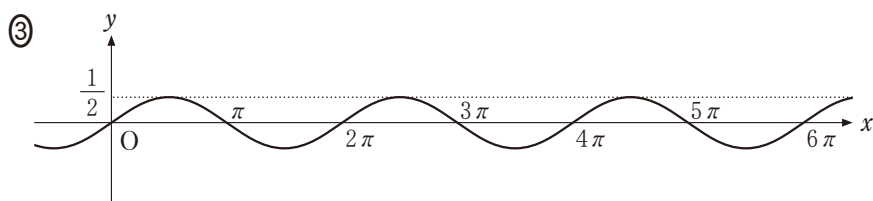
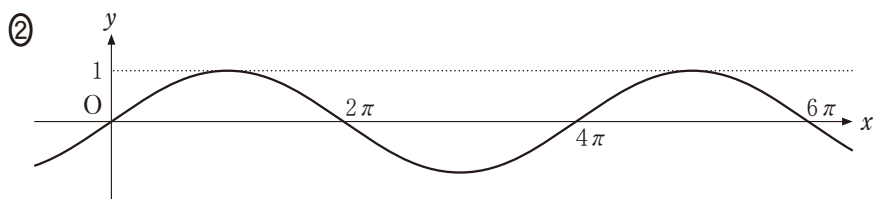
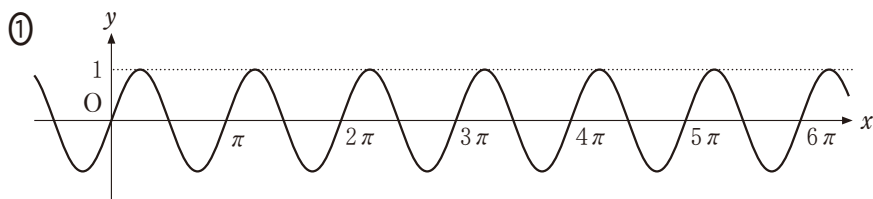
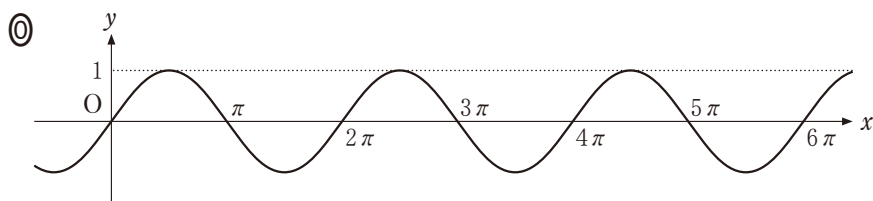
ア の解答群

- | | | | | |
|-------------------|-------------------|---------|----------|----------|
| ① $\frac{\pi}{4}$ | ① $\frac{\pi}{2}$ | ② π | ③ 2π | ④ 4π |
|-------------------|-------------------|---------|----------|----------|

(旧数学Ⅱ・旧数学B第4問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

イについては、最も適当なものを、次の①～④のうちから一つ選べ。



(旧数学Ⅱ・旧数学B第4問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

(2) $f(x) = \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{3}$ とする。

(i) $f(x)$ が周期関数であるかどうかを調べよう。

$\sin \frac{x}{2} = -1$ かつ $\cos \frac{x}{3} = -1$ を満たす正の実数 x で最小のものは

ウ であるから、 $f(\text{ ウ }) = -2$ である。

また、すべての実数 α に対して

$$f(\text{ ウ } + \alpha) = \sin \frac{\text{ ウ } + \alpha}{2} + \cos \frac{\text{ ウ } + \alpha}{3} \quad \cdots \cdots \text{ ②}$$

であり、②の右辺に加法定理を用いると

$$f(\text{ ウ } + \alpha) = -\cos \text{ エ } - \cos \text{ オ }$$

が成り立つことがわかる。

$f(x)$ が α を周期とする周期関数であるならば、すべての実数 x について

$$f(x + \alpha) = f(x) \quad \cdots \cdots \text{ ③}$$

が成り立つので、 x に ウ を代入しても③は成り立つ。つまり

$$-\cos \text{ エ } - \cos \text{ オ } = -2 \quad \cdots \cdots \text{ ④}$$

が成り立つ。この式が満たされるのは

$$\cos \text{ エ } = 1 \text{ かつ } \cos \text{ オ } = 1$$

のときであるから、④を満たす正の実数 α で最小のものは カ である。

また、 $\alpha = \text{ カ }$ とすると、すべての実数 x について③が成り立つの

で、 $f(x)$ は周期関数であり、カ は $f(x)$ の周期であることがわかる。

(旧数学Ⅱ・旧数学B第4問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

ウ，カ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | | |
|-------------------|----------|-----------|-----------|
| ① $\frac{\pi}{2}$ | ② π | ③ 2π | ④ 3π |
| ⑤ 4π | ⑥ 6π | ⑦ 12π | ⑧ 24π |

エ，オ の解答群(解答の順序は問わない。)

- | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| ① $\frac{\alpha}{6}$ | ② $\frac{\alpha}{4}$ | ③ $\frac{\alpha}{3}$ |
| ④ $\frac{\alpha}{2}$ | ⑤ α | ⑥ 2α |
| ⑦ 3α | ⑧ 4α | ⑨ 6α |

(旧数学Ⅱ・旧数学B第4問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

(ii) $g(x) = \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{3}$ とする。

$y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフについて考えよう。

$y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフの共有点の x 座標は、整数 n を用いて キ と表され、逆に、すべての整数 n について、キ は $y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフの共有点の x 座標である。

$y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフの概形は ク である。

キ の解答群

① $n\pi$

① $2n\pi$

② $3n\pi$

③ $4n\pi$

④ $6n\pi$

⑤ $\frac{\pi}{2} + n\pi$

⑥ $\frac{\pi}{2} + 3n\pi$

⑦ $\frac{3}{2}\pi + 2n\pi$

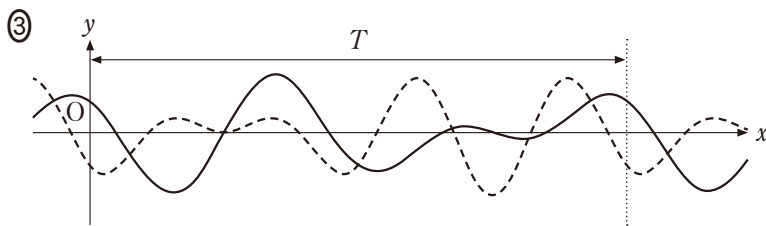
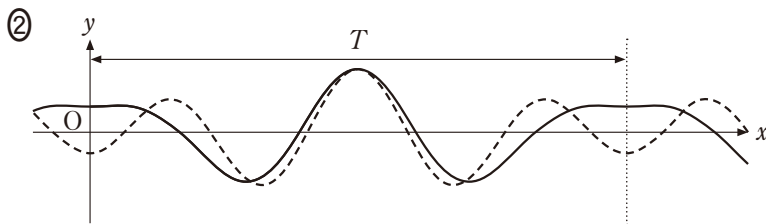
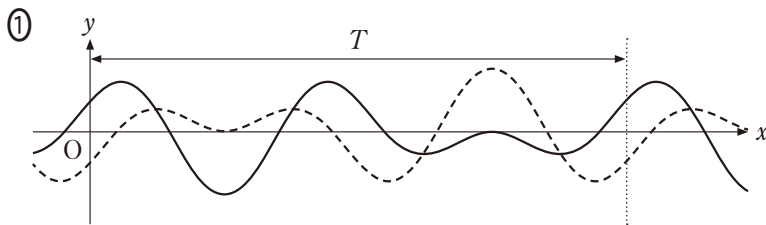
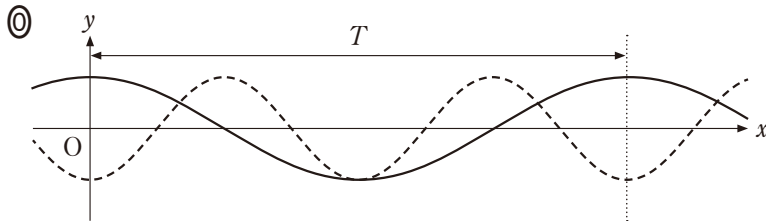
⑧ $\frac{3}{2}\pi + 3n\pi$

⑨ $\frac{3}{2}\pi + 6n\pi$

(旧数学Ⅱ・旧数学B第4問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

クについては、最も適当なものを、次の①～④のうちから一つ選べ。ただし、①～④では、 $y = f(x)$ のグラフを実線で、 $y = g(x)$ のグラフを破線で表し、 $f(x)$ の周期を T で表している。



第5問 (選択問題) (配点 16)

以下の問題を解答するにあたっては、必要に応じて65ページの正規分布表を用いてもよい。

次のように設定されているくじを考える。くじを1回引いて得られる点を得点と呼ぶ。

くじの設定

中身の見えない箱の中に

000, 001, 002, ..., 998, 999

の番号が、それぞれ一つずつ書かれたカードが1枚ずつ合計1000枚入っている。この箱の中から無作為に1枚のカードを取り出して番号を確認し、そのカードを箱の中に戻す試行を繰り返し行う。このとき、取り出したカードに書かれた番号によって、以下に示される点を得られるものとする。

- 番号が「777」ならば、2000点
- 番号の下二桁が「22」ならば、800点
- 番号の下一桁が「1」ならば、100点
- 上記以外ならば、0点

(旧数学Ⅱ・旧数学B第5問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

- (1) 得点を確率変数 X で表す。このとき、 X のとり得る値は $x_1 = 2000$, $x_2 = 800$, $x_3 = 100$, $x_4 = 0$ である。 X の確率分布は次の表で与えられる。

X	x_1	x_2	x_3	x_4	計
P	p_1	p_2	p_3	p_4	1

ここで

$$p_1 = P(X = 2000) = \frac{1}{1000}$$

$$p_2 = P(X = 800) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{100}$$

$$p_3 = P(X = 100) = \frac{1}{10}$$

$$p_4 = P(X = 0) = \frac{\boxed{\text{イウエ}}}{1000}$$

である。

確率変数 X の平均(期待値) $E(X)$ は

$$E(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + x_4 p_4$$

であるから

$$E(X) = \boxed{\text{オカ}} \dots\dots\dots \text{①}$$

となる。また、確率変数 X の分散 $V(X)$ は

$$\begin{aligned} V(X) = & \{x_1 - E(X)\}^2 p_1 + \{x_2 - E(X)\}^2 p_2 \\ & + \{x_3 - E(X)\}^2 p_3 + \{x_4 - E(X)\}^2 p_4 \end{aligned}$$

であるから

$$V(X) = 11000 \dots\dots\dots \text{②}$$

となる。

(旧数学Ⅱ・旧数学B第5問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

- (2) くじの参加者にはあらかじめ十分な持ち点を与えられている。くじを1回引くたびに25点を引かれるとする。1回のくじ引きに対して、得点から25点を引いた差を損得点と呼ぶ。

- (i) 損得点を確率変数 Y で表す。 Y は、(1) の確率変数 X を用いて

$$Y = X - \boxed{\text{キク}}$$

と表せる。 $\boxed{\text{キク}} = c$ とおくと、 Y のとり得る値は $y_1 = x_1 - c$, $y_2 = x_2 - c$, $y_3 = x_3 - c$, $y_4 = x_4 - c$ である。 Y の確率分布は、(1) の p_1 , p_2 , p_3 , p_4 を用いて次の表で与えられる。

Y	y_1	y_2	y_3	y_4	計
P	p_1	p_2	p_3	p_4	1

確率変数 Y の平均(期待値) $E(Y)$ は、(1) の $E(X)$ を用いて

$$E(Y) = \boxed{\text{ケ}}$$

となる。また、確率変数 Y の分散 $V(Y)$ は、(1) の $V(X)$ を用いて

$$V(Y) = \boxed{\text{コ}}$$

となる。

- (ii) くじ引きを400回繰り返すとき、各回の得点を表す確率変数を X_1 , X_2 , $\dots$, X_{400} とする。また

$$Y_1 = X_1 - c, Y_2 = X_2 - c, \dots, Y_{400} = X_{400} - c$$

とすると、 $Y_1, Y_2, \dots, Y_{400}$ は母平均 $E(Y)$ 、母標準偏差 $\sqrt{V(Y)}$ の母集団から無作為に抽出した大きさ400の無作為標本とみなせる。

(旧数学Ⅱ・旧数学B第5問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

標本の大きさ 400 は十分に大きいから、標本平均

$$\bar{Y} = \frac{1}{400}(Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_{400})$$

は近似的に正規分布 $N(E(Y), \boxed{\text{サ}})$ に従う。

このことから、くじ引きを 400 回繰り返すとき、損得点の合計 $Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_{400}$ が 0 以上となる確率は、①と②から

$$P(Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_{400} \geq 0) = \boxed{\text{シ}}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{シ}}$ の計算においては、 $\sqrt{110} = 10.5$ とする。

$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群

- | | | |
|-----------|--------------------|--------------|
| ① $E(X)$ | ② $E(X) - c$ | ③ $E(X) + c$ |
| ④ $cE(X)$ | ⑤ $\frac{E(X)}{c}$ | |

$\boxed{\text{コ}}$ の解答群

- | | | |
|----------------|----------------|--------------|
| ① $V(X)$ | ② $V(X) - c$ | ③ $V(X) + c$ |
| ④ $V(X) - c^2$ | ⑤ $V(X) + c^2$ | |

$\boxed{\text{サ}}$ の解答群

- | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------|
| ① $\frac{\sqrt{V(Y)}}{20}$ | ② $\sqrt{V(Y)} - c$ | ③ $V(Y)$ |
| ④ $V(Y) + c^2$ | ⑤ $V(Y) - c^2$ | ⑥ $\frac{V(Y)}{400}$ |
| ⑦ $\frac{V(Y) - c^2}{400}$ | ⑧ $\frac{V(Y) + c^2}{400}$ | |

$\boxed{\text{シ}}$ については、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- | | | |
|--------|--------|--------|
| ① 0.17 | ② 0.33 | ③ 0.47 |
| ④ 0.68 | ⑤ 0.82 | ⑥ 0.97 |

(旧数学Ⅱ・旧数学B第5問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

(3) 花子さんがくじを3回引いたところ、得点の合計は1000点であった。くじを3回引いて得点の合計が1000点となる確率は ス である。また、くじを3回引いて得点の合計が1000点以上となる確率は0.0036より小さい。このことから、太郎さんは「くじの設定どおりに行われておらず、(1)で求めた X の確率分布と異なるのではないか」と疑問をもった。

くじ引きを n 回繰り返すとき、各回の得点を表す確率変数を $W_1, W_2, \dots$, W_n とし、これらを母平均 m 、母標準偏差 σ の母集団から無作為に抽出した大きさ n の無作為標本とみなす。太郎さんは、 m に対する信頼度95%の信頼区間を求めることにした。

くじを400回引いた結果、得点の平均は16.75点、標本の標準偏差は75点であった。一般に、標本の大きさが大きいときには、 σ の代わりに、標本の標準偏差を用いてよいことが知られている。標本の大きさ400は十分に大きいので、母平均 m に対する信頼度95%の信頼区間は セ である。

以上から、母平均 m に対する信頼度95%の信頼区間は、(1)の $E(X)$ を含んでいることが確認できた。

ス の解答群

- | | | |
|----------|----------|----------|
| ① 0.0001 | ② 0.0003 | ③ 0.0005 |
| ④ 0.0010 | ⑤ 0.0024 | ⑥ 0.0030 |

セ については、最も適当なものを、次の①～⑥のうちから一つ選べ。

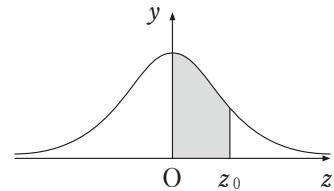
- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| ① $6.46 \leq m \leq 27.04$ | ② $9.34 \leq m \leq 30.66$ |
| ③ $9.40 \leq m \leq 24.10$ | ④ $9.71 \leq m \leq 30.29$ |
| ⑤ $10.60 \leq m \leq 22.90$ | ⑥ $13.85 \leq m \leq 26.15$ |

(旧数学Ⅱ・旧数学B第5問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

正 規 分 布 表

次の表は、標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998

第6問 (選択問題) (配点 16)

(1) 数列 $\{a_n\}$ を次の式で定める。

$$a_1 = -3, \quad a_{n+1} = -\frac{1}{2}a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \boxed{\text{アイ}} \left(\frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}} \right)^{n-1}$ である。

n が奇数であれば $a_n \boxed{\text{カ}}$ 0 が成り立つ。また、 n が偶数であれば $a_n \boxed{\text{キ}}$ 0 が成り立つ。

$\boxed{\text{カ}}$ ， $\boxed{\text{キ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① <	② =	③ >
-----	-----	-----

(旧数学Ⅱ・旧数学B第6問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

(2) 数列 $\{b_n\}$ を次の式で定める。

$$b_1 = -3, \quad b_{n+1} = -\frac{1}{2}b_n - 9 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき

$$b_{n+1} + \boxed{\text{ク}} = -\frac{1}{2}\left(b_n + \boxed{\text{ク}}\right) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つ。したがって、 $\{b_n\}$ の一般項は

$$b_n = \boxed{\text{ケ}} \left(\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}} \right)^{n-1} - \boxed{\text{ス}}$$

である。

$$\text{すべての自然数 } n \text{ について } \left(\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}} \right)^{n-1} \leq A \text{ が成り立つような最小の実数}$$

A は、 $A = \boxed{\text{セ}}$ である。

以上のことから、数列 $\{b_n\}$ に関する記述として、次の①～③のうち、正しいものは $\boxed{\text{ソ}}$ である。

$\boxed{\text{ソ}}$ の解答群

- ① すべての自然数 n について $b_n < 0$ が成り立つ。
- ② すべての自然数 n について $b_n > 0$ が成り立つ。
- ③ $b_k < 0$ となる自然数 k があり、 $b_\ell > 0$ となる自然数 ℓ もある。

(旧数学Ⅱ・旧数学B第6問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

(3) α を実数とする。数列 $\{c_n\}$ を次の式で定める。

$$c_1 = \alpha,$$

$$c_{n+1} = -\frac{1}{2}c_n^2 + 4 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

花子さんと太郎さんは、数列 $\{c_n\}$ について話している。

花子：一般項 c_n を求めてみようか。

太郎：一般項を式で表すのは難しそうだから、 α と n をいろいろ変えてみて、 c_n の具体的な値を調べてみよう。

花子：コンピュータでたくさん計算してみたけれど、 $-4 \leq c_n \leq 4$ が成り立つことが多いね。

太郎： $-4 \leq c_k \leq 4$ が成り立つと、 $-4 \leq c_{k+1} \leq 4$ も成り立つように見えるね。

(i) 太郎さんは、次の**命題1**が真であることを証明しようと考えた。

命題1 k を自然数とする。 $-4 \leq c_k \leq 4$ が成り立つならば、
 $-4 \leq c_{k+1} \leq 4$ が成り立つ。

数列 $\{c_n\}$ は $\textcircled{1}$ を満たすので、次が成り立つ。

• すべての自然数 k について、 $c_{k+1} \leq 4$ は、タ。

• すべての自然数 k について、 $-4 \leq c_{k+1}$ は、チ。

したがって、**命題1**は真である。また、**命題1**を用いると、数学的帰納法により次の**命題2**が真であることがわかる。

命題2 $-4 \leq \alpha \leq 4$ ならば、すべての自然数 n について $-4 \leq c_n \leq 4$ が成り立つ。

(旧数学Ⅱ・旧数学B第6問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

☐タ, ☐チ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- ☐① c_k の値によらず成り立つ
☐② c_k の値によらず成り立たない
☐③ $c_k \leq 4$ ならば成り立ち, $4 < c_k$ ならば成り立たない
☐④ $-4 \leq c_k$ ならば成り立ち, $c_k < -4$ ならば成り立たない
☐⑤ $-4 \leq c_k \leq 4$ ならば成り立ち, $c_k < -4$ または $4 < c_k$ ならば成り立たない

(ii) 表1は、コンピュータによる計算結果の一部をまとめたものである。ただし、 c_4 の値は小数第4位を四捨五入したものである。

表 1

	c_1	c_2	c_3	c_4
$\alpha = 1$	1	3.5	- 2.125	1.742
$\alpha = 5$	5	- 8.5	- 32.125	- 512.008

α を変えて得られる数列 $\{c_n\}$ に関する次の命題(I), (Ⅱ), (Ⅲ)について、真偽の組合せとして正しいものは☐ツ☐である。

- (I) $\alpha > 4$ ならば, すべての自然数 n について $c_n > 4$ が成り立つ。
 (Ⅱ) $\alpha \leq 4$ ならば, すべての自然数 n について $c_n \leq 4$ が成り立つ。
 (Ⅲ) $\alpha < 0$ ならば, すべての自然数 n について $c_n < 0$ が成り立つ。

☐ツ の解答群

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(I)	真	真	真	真	偽	偽	偽
(Ⅱ)	真	真	偽	偽	真	真	偽
(Ⅲ)	真	偽	真	偽	真	偽	偽

第7問 (選択問題) (配点 16)

O を原点とする座標空間に、2 点 $A(0, -3, 1)$, $B(1, 0, 3)$ がある。M を空間内の点とし、点 M を通り、直線 OB と平行な直線を ℓ とする。直線 OA と直線 ℓ が交わるかどうかを考えよう。

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OM} = \vec{m}$ とおく。

(1) 空間の 2 直線が交わることについて、ベクトルを用いて考えてみよう。

(i) 点 P が直線 OA 上にあるとき

$$\overrightarrow{OP} = s \vec{a}$$

を満たす実数 s がある。

点 Q が直線 ℓ 上にあるとき、 $\overrightarrow{MQ} = t \vec{b}$ を満たす実数 t があり

$$\overrightarrow{OQ} = \boxed{\text{ア}}$$

となる。

したがって

$$s \vec{a} = \boxed{\text{ア}} \dots\dots\dots \text{①}$$

を満たす実数 s, t があることは、直線 OA と直線 ℓ が交わるための必要十分条件である。

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

① $\vec{b} + t \vec{m}$

② $\vec{b} - t \vec{m}$

③ $-\vec{b} + t \vec{m}$

④ $\vec{m} + t \vec{b}$

⑤ $\vec{m} - t \vec{b}$

⑥ $-\vec{m} + t \vec{b}$

(旧数学Ⅱ・旧数学B第7問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

- (ii) $\vec{m} = (2, 3, 5)$ とする。①を満たす実数 s, t があると仮定すると、次が成り立つ。

$$(0, -3s, s) = (\boxed{\text{イ}}, \boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}}) \dots\dots\dots ②$$

②の両辺の x 成分と y 成分がそれぞれ一致するので、 $s = \boxed{\text{オカ}}$ ，
 $t = \boxed{\text{キク}}$ である。このとき②の両辺の z 成分も一致する。したがって、
 直線 OA と直線 ℓ は交わり、交点の座標は、 $(\boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コ}}, \boxed{\text{サシ}})$
 となる。

- (iii) $\vec{m} = (2, 3, -5)$ とする。①を満たす実数 s, t があると仮定すると、次が成り立つ。

$$(0, -3s, s) = (\boxed{\text{イ}}, \boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{ス}}) \dots\dots\dots ③$$

③の両辺の x 成分と y 成分がそれぞれ一致するので、 $s = \boxed{\text{オカ}}$ ，
 $t = \boxed{\text{キク}}$ である。しかし、このとき③の両辺の z 成分は一致しないので、
 ③が成り立つことに矛盾する。したがって、直線 OA と直線 ℓ は交わらない。

$\boxed{\text{イ}} \sim \boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{ス}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

① 2	② 3	③ 5
④ $2 + t$	⑤ $2 - t$	⑥ $5 + 3t$
⑦ $5 - 3t$	⑧ $-5 + 3t$	⑨ $-5 - 3t$

(旧数学Ⅱ・旧数学B第7問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

(2) 直線 OA と直線 ℓ が交わるための $\vec{m}$ の条件について考えよう。

$\vec{e} = (0, 0, 1)$ とする。M が空間内のどのような点であっても、 $\vec{m}$ は、実数 α, β, γ を用いて

$$\vec{m} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{e} \quad \dots\dots\dots \textcircled{4}$$

の形でただ一通りに表すことができる。

(i) $\vec{m} = (2, 3, 5)$ とする。(1) の(ii) より、 $s = \boxed{\text{オカ}}$, $t = \boxed{\text{キク}}$ のとき s, t は①を満たす。したがって、④を満たす実数 α, β, γ は、
 $\alpha = \boxed{\text{セソ}}$, $\beta = \boxed{\text{タ}}$, $\gamma = \boxed{\text{チ}}$ である。

(ii) $\vec{m} = (2, 3, -5)$ とする。 $\vec{m} = (2, 3, 5) - \boxed{\text{ツテ}} \vec{e}$ より、④を満たす実数 α, β, γ は、 $\alpha = \boxed{\text{セソ}}$, $\beta = \boxed{\text{タ}}$, $\gamma = \boxed{\text{トナニ}}$ である。

(iii) 直線 OA と直線 ℓ が交わる時、①を満たす実数 s, t があるので、
 $\vec{m} = \boxed{\text{ヌ}} \vec{a} + \boxed{\text{ネ}} \vec{b}$ となる。したがって、 $\vec{m}$ を④の形で表すとき、
 $\gamma = 0$ である。

逆に、 $\gamma = 0$ であるとき、直線 OA と直線 ℓ が交わることが確かめられる。

以上のことから

実数 α, β を用いて $\vec{m} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b}$ と表せる

ことは、直線 OA と直線 ℓ が交わるための必要十分条件である。

$\boxed{\text{ヌ}}$, $\boxed{\text{ネ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① s	② $(-s)$	③ t	④ $(-t)$
⑤ $(s+t)$	⑥ $(s-t)$	⑦ $(-s+t)$	⑧ $(-s-t)$

(旧数学Ⅱ・旧数学B第7問は次ページに続く。)

旧数学Ⅱ・旧数学B

- (3) $\vec{c} = (2, 3, 5)$, $\vec{d} = (2, 3, -5)$ とおく。(1)の(ii)と(iii)から、 $\vec{m} = \vec{c}$ のとき、直線 OA と直線 ℓ は交わるが、 $\vec{m} = \vec{d}$ のときは、直線 OA と直線 ℓ は交わらない。(2)を利用すると、次のことがわかる。

(I) $\vec{m} = 13\vec{c}$ のとき、直線 OA と直線 ℓ は 。

(II) $\vec{m} = \vec{b} + 9\vec{d}$ のとき、直線 OA と直線 ℓ は 。

(III) $\vec{m} = 8\vec{a} - 11\vec{d}$ のとき、直線 OA と直線 ℓ は 。

～ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⑦ 交わる

⑧ 交わらない